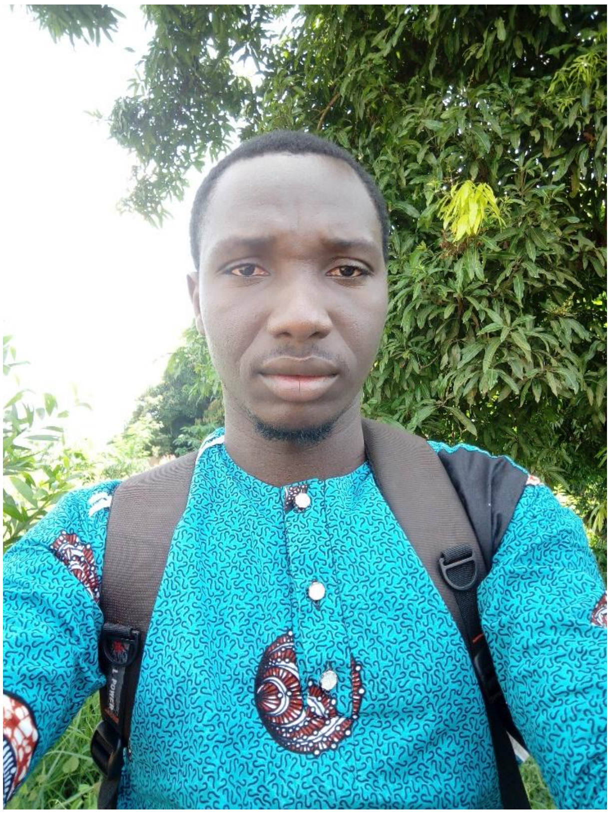


REVISION MATHS

BAC TCHEKE

NB : ce document n’est pas à vendre

Pour mieux préparer les épreuves de mathématiques, séries ABCD au BAC

OGUIDI Emmanuel

TEL : 96649543

EPREUVE 1 Tle D

<u>Contexte</u> : réalisation d'une maquette et d'un tableau d'art

Pour honorer leur professeur de mathématiques qui a fait valoir ses droits à la retraite, les élèves d'une classe de terminale scientifique d'un établissement ont décidé de lui offrir une maquette et tableau d'art. Sur la maquette, il sera dessiné un cercle (C) dans lequel un texte de reconnaissance sera écrit. Le tableau sera réalisé à partir des courbes de deux fonctions : la courbe de la primitive de la fonction $v: x \longmapsto 2x + cos^4 x$ qui prend la valeur $\left(\pi^2 + \frac{3}{8}\pi\right)$ en π et la courbe de la fonction $f: x \longmapsto \frac{lnx+xe}{x^2}$. Deux élèves artistes, Arsène et Paul de cette ont été choisis pour la réalisation de la maquette et du tableau d'art.

Pour identifier parmi les deux celui qui se chargera de la maquette, les responsables de la classe ont organisé un jeu qui consiste à tirer successivement avec remise trois boules d'une urne contenant quatre indiscernables au toucher portant respectivement les numéros $-1; 0; 0; 1$. On désigne par $a; b$ et c les numéros obtenus respectivement au premier, au deuxième et au troisième tirage. A chaque tirage de trois boules, on associe dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $\left(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k}\right)$, le point $M(a; b; c)$. La maquette sera réalisée par l'artiste qui à l'issue du jeu, obtiendra un point appartenant au plan (P) perpendiculaire à la droite $(D): x - 1 = y + 1 = z + 1$ et passant par l'origine O du repère.

Arsène et Paul désirent connaître la probabilité de gagner la réalisation de la maquette, déterminer les éléments caractéristiques du cercle (C) et déterminer la primitive de la fonction v et la courbe de la fonction f.

<u>Tâche</u> : tu es invité(e) à aider Arsène dans ses réflexions en résolvant les problèmes suivants.

<u>Problème 1</u> : Démontre que la probabilité d'obtenir le point $M(1; -1; 1)$ est égale à $\frac{1}{64}$.

1. Démontre que la probabilité pour que le point M appartienne à l'axe des abscisses est égale à $\frac{1}{4}$.
2. a) Détermine une équation cartésienne du plan (P).

b) Détermine le point d'intersection I de la droite (D) et du plan (P).

3. Détermine une équation cartésienne du plan (Q) contenant la droite (D) et passant par le point $K(1; 1; -1)$.
4. Détermine la probabilité de gagner la réalisation de la maquette.

<u>Problème 2</u> :

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(o; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$, le cercle (C) est circonscrit à un triangle particulier ABC dont les sommets sont les points images des solutions de l'équations $(E): P(z) = 0$ avec

$P(z) = z^3 - (9 - 4\sqrt{3})z^2 + (43 - 24\sqrt{3})z - 75 + 36\sqrt{3}.$

5. Justifie qu'il existe trois nombres complexes a ; b et c avec $a \neq 0$ tels que :

$$P(z) = (z - 3)(az^2 + bz + c)$$

6. Détermine les nombres complexes a ; b et c puis résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (E).
7. Dans la suite on pose $z_A = 6 - 4\sqrt{3} + 4i$; $z_B = 6 - 4\sqrt{3} - 4i$ et $z_c = 6$
   a. Calcule le quotient $\frac{z_c - z_B}{z_C - z_A}$ sous forme exponentielle et déduis-en la nature du triangle ABC.
   b. Précise les éléments caractéristiques (centre et rayon) du cercle (C).

***Problème 3* :**

***Partie A* :**

8. a. Justifie que la fonction v est définie et admet une primitive sur $\mathbb{R}$.
   b. Linéarise $cos^4 x$ sur $\mathbb{R}$.
   c. Déduis-en une primitive de v sur $\mathbb{R}$
9. Détermine la primitive dont la courbe va servir dans la réalisation du tableau d'art.

***Partie B* :**

On considère la fonction u définie sur $]0; +\infty[$ par $u(x) = 1 - xe - 2lnx$.

10. Etudie les variation de u sur $]0; +\infty[$.
11. a. Justifie que l'équation $u(x) = 0$ admet une unique solution x_0 telle que $0,66 < x_0 < 0,68$.
    b. Déduis-en le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x sur $]0; +\infty[$.

***Partie C* :**

12. Détermine le domaine de définition D de f et calcule les limites de f aux bornes de D.
13. Etudie le sens de variation de f sur D.
14. a. Justifie que $f(x_0) = \frac{(1+x_0 e)}{2x_0^2}$ et donne un encadrement de $f(x_0)$ à 10^{-2} près.

15. Dresse le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.

Trace la courbe (C_f) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$. (unité graphique 2

EPREUVE 2 Tle A1

SITUATION D'EVALUATION

Contexte :

Pendant les congés de fêtes de fin d'année, Rita, élève en classe de terminale série A_2 a décidé de profiter de ces moments de repos pour visiter la foire organisée à la maison des jeunes afin de s'acheter quelques tenues. A son arrivée, elle découvre des tableaux faits par certains grands savants exposés juste à l'entrée de la foire. Parmi ces tableaux, on dénombre celui représenté ci-dessous :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	‖	$+$	
$h(x)$	2	$\searrow$ $-\infty$	‖	$-\infty$ $\nearrow$	2

On donne $h(x) = a - \frac{1}{(x-b)^2}$ et l'ensemble de définition de h est D = $\mathbb{R} \setminus \{b\}$, où a et b sont des nombres réels

Pour obtenir assez d'espace dans la cour, Codjo le Directeur du centre a choisi de construire dans la cour une ruelle qui peut être modélisées dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) par la courbe $(\mathcal{C}_g)$ de la fonction g définies par :

Passionnée des mathématiques et candidate au baccalauréat, Rita a été particulièrement attirée par le tableau et désire découvrir la fonction dont les variations sont indiquées dans le tableau et les propriétés mathématiques que cache cette ruelle.

<u>Tâche</u> : Tu aideras Rita à travers la résolution des problèmes suivants :

<u>Problème1</u> :

1-a) Détermine à partir du tableau de variation de h, l'ensemble de définition D de h puis les limites de h aux bornes de D

b-) Interprète graphiquement, les résultats des limites obtenues.

2-) Calcule alors les réels a et b.

3-) Détermine alors $h'(x)$.

<u>Problème 2</u> :

Rita s'intéresse à présent à l'étude de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{2x^2-7x+5}{x-3}$.

4-a) Détermine l'ensemble de définition T de g puis calcules les limites de g aux bornes de T.

b-) Détermine les nombres réels α, β et γ tels que $\forall\, x \in$ T, $g(x) = x + \beta + \frac{\gamma}{x-3}$.

c-) Montre que la droite *(D)* d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_g)$, puis précise la seconde asymptote à $(\mathcal{C}_g)$.

5.a-) Etudie le sens de variation de g puis dresse son tableau de variation.

b-) Détermine l'équation de la tangente *(T')* à $(\mathcal{C}_g)$ au point d'abscisse 1.

6-) Détermine les points d'intersection de $(\mathcal{C}_g)$ avec les axes de coordonnées puis construis $(\mathcal{C}_g)$.

EPREUVE 3 Tle D

<u>Contexte</u>: Projet d'électrification du CEG ZOTA.

Les usagers du CEG ZOTA couraient le risque de la cécité à force d'écarquiller les yeux pour lire un parchemin à des heures proches du crépuscule et surtout quand dame nature menace d'accomplir sa mission. La mairie de la localité décide d'écrire le projet d'électrification prochaine de l'arrondissement de ZOTA.

A cet effet, un comité constitué des agents de la mairie, des élèves dont l'élève Séïbou de la terminale D et certains membres de l'établissement a été créé. Le siège de l'arrondissement ZOTA matérialisé par le point Z est situé à 800m du centre de santé représenté par le point W et à 400m du CEG représenté par le point T tel que le triangle

ZWT est rectangle en Z. Le comité a prévu la construction d'un bâtiment ayant la forme d'un pavé droit ABCDEFGH tel que $AB = 2u.l$; $AD = AE = 1u.l$ où $1u.l = 5m$. Ce bâtiment est matérialisé par le point K barycentre des points pondérés (Z ; 3), (W ;-1) et (T ; 2). Le bâtiment sera le centre d'étude des dossiers relatifs à l'électrification de l'arrondissement. Sur ce bâtiment, en un point **S** symétrique du point A par rapport au point E, il sera placé un transformateur. Ils ont observé une zone de grâce autour du bâtiment qui sera éclairée par l'arrondissement ; cette zone de grâce est limitée par l'ensemble (Γ) des points M de l'espace tels que $\| \overrightarrow{3ZM} - \overrightarrow{WM} + \overrightarrow{2TM} \| = \| -\overrightarrow{ZM} - \overrightarrow{WM} + \overrightarrow{2TM} \|$

Séïbou a compris que les objectifs du comité ont rapport avec son cours de géométrie dans l'espace. Il a bien réagir lors des décisions. Le comité l'a donc choisi pour finaliser le projet afin de déterminer la position du bâtiment, les directions des fils électriques par rapport aux routes et aux infrastructures puis évaluer la dépense à effectuer.

<u>**Tâche**</u>: En utilisant les informations du contexte et tes connaissances en mathématiques, tu vas aider Séïbou en résolvant les trois problèmes ci-après:

<u>PROBLEME 1:</u>

1) Construis le tableau ZWT et le point K à l'échelle 1/10000.
2) a- Justifie que le vecteur $\vec{v} = -\overrightarrow{ZM} - \overrightarrow{WM} + 2\overrightarrow{TM}$ est indépendant du point M.

b) Justifie que $\vec{v} = \overrightarrow{ZW} - 2\overrightarrow{ZT}$ puis calcule $\| \vec{v} \|^2$.

c) Détermine l'ensemble (T).

d) Le CEG ZOTA peut-il bénéficier de la grâce de l'éclairage de l'arrondissement ?

3) Détermine l'ensemble (π)des points M de l'espace tels que

$(3\overrightarrow{ZM} - \overrightarrow{WM} + 2\,\overrightarrow{TM}).\left(-\overrightarrow{ZM} - \overrightarrow{WM} + 2\overrightarrow{TM}\right) = 0.$

4) On désigne par I le milieu du segment [AB].
   a- Justifie que le quadruplet $R = \left((B; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$ est un repère orthonormé de l'espace.
   b- Détermine les coordonnées de chacun des points S, I, D et G dans le repère R.

<u>PROBLEME 2:</u>

Pour faciliter les travaux d'électrification, Séïbou se propose de travailler dans un repère orthonormé direct $(B, \vec{\imath}\ , \vec{\jmath}, \vec{k})$ où $S(-2; 0; 2)$; $I(-1; 0; 0)$; $F(0; 0; 1)$et $G(0; 1; 1)$. L'ensemble (Δ) des points M de l'espace tels que $\vec{u} \wedge \overrightarrow{SM} = \vec{O}$ avec $\vec{u} = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$est le support d'un câble électrique qui va relier le transformateur à un point

J d'une face d'un immeuble ; cette face est contenue dans le plan $(P): 2x - 3y - 256 = 0$

5) a- Justifie que (Δ) est une droite dont un système d'équations cartésiennes est : $\begin{cases} \frac{-2-x}{2} = \frac{y}{3} \\ z = 2 \end{cases}$

b- Déduis-en une représentation paramétrique de (Δ).

6) a- Démontre que (Δ) et (P) sont perpendiculaires.

b- Détermine les coordonnées du point J.

c- Calcule la longueur du câble électrique qui va relier le transformateur au point J de l'immeuble (on suppose que le câble est bien tiré).

7) a- Justifie que (Δ) et le point $L(20;\ -31; 1)$déterminent un plan (Q).

b- Justifie que $3x + 2y + 4z - 2 = 0$ est une équation cartésienne de (Q).

c- Justifie que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires suivant une droite (D) dont tu préciseras une représentation paramétrique.

8) Justifie que SFIG est un tétraèdre puis calcule en m^3 son volume.

PROBLEME 3:

La mairie a acheté x cartons de lampadaires, y cartons de rouleaux de câble électrique et z cartons de transformateurs pour l'arrondissement de ZOTA. Les cartons sont identiques et un carton de lampadaires contient n lampadaires($n \epsilon \mathbb{N}^*$). Elle dispose d'un camion qui va transporter les 10 cartons achetés au total. Un lampadaire, un carton de rouleaux de câble électrique et un carton de transformateurs coûtent respectivement 5 000F, 50 000F et 500 000F. Par ailleurs, $x, y\ et\ z$ vérifient l'égalité $50x + \frac{1}{2}ny + 5z = 175 + n$ puis y et z sont proportionnelles à 2 et 5.

9) Résous dans R^3en discutant suivant les valeurs du paramètre réel m, le système d'inconnue (a, b, c)

$$(S) \begin{cases} a + b - c = 10 \\ 50a + \frac{1}{2}mb - 5c = 175 + m \\ 5b + 2c = 0 \end{cases}$$

10) a- Traduis par un système d'équations linéaires les situations posées en utilisant $x, y\ et\ z$.

b- Déduis de la question **n°9** les quantités $x, y\ et\ z$.

c- Calcule la dépense que la mairie doit effectuer si $n = 120$.

EPREUVE 4 Tle A

SITUATION D'EVALUATION

Texte :

La ville de Gbekou à travers son conseil municipal a obtenu auprès de la Banque Ouest Africaine de Développement (BOAD) un financement pour la construction d'un stade. Le plan de construction de ce stade a été proposé par une architecte de formation. L'ingénieur Piko fut désigné pour réaliser les travaux de constructions. Il dispose des informations suivantes apportées par l'architecte.

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), le point Ω (1, -2) est un centre de symétrie de la représentation graphique (C_f) de la fonction f définie par f(x) = $\frac{2x}{1-x}$(Ω étant le centre du terrain de football)

- Entre autres les représentations graphiques des fonctions h_3 ; h_4 et h_5 de variable réelle x définies par : $h_1(x) = -x^2 - 2x + 1$; $h_2(x) = \frac{2x+5}{x-3}$

$h_3(x) = \frac{1}{3x^2-1}$; $h_4(x) = \frac{2x^3+7x^2-9x+5}{3x^2-9x+5}$

$h_5(x) = -2x^3+7x^2+19x+5$ ont été utilisées pour tracer certaines lignes et le positionnement de certains points.

L'ingénieur Piko, un peu occupé, demande à son fils Alain un élève en classe de Tle AB de lui étudier la parité des fonctions h_1 et h_2 et de vérifier quelques résultats à travers le calcul des limites à l'infini de certaines de ces fonctions.

Tâche :

Tu es invité(e) à aider Alain à travers la résolution des problèmes suivants :

Problème 1 :

1. a) Dis comment tu démontreras que la droite d'équation (Δ) : x = a ($a \in \mathbb{R}$) est un axe de symétrie de la représentation graphique (C) d'une fonction t.

b) Dis comment tu démontreras qu'un point I (a, b)$(a, b) \in \mathbb{R}^2$ est un centre de symétrie de la représentation graphique (ψ) d'une fonction P.

2. a) Démontre que la droite d'équation (Δ) : x = -1 est un axe de symétrie pour la représentation graphique de la fonction h_1.

b) Vérifie que le point Ω est effectivement un centre de symétrie de la représentation graphique (C_f) de la fonction f.

3. Etudie la parité de chacune des fonctions h_1 ; h_2 .

Problème 2 :

4. Détermine le domaine de définition des fonctions h_3 ; h_4 et h_5.
5. Calcule les limites en -∞ et en + ∞ de chacune des fonctions h_1 ; h_2 ; h_3 ; h_4 et h_5.

EPREUVE 5 Tle AB

Contexte : Réalisation des nouveaux motifs

Togbé, un élève en classe de Terminale littéraire au CEG SEKANDJI a lu dans un document de Mathématique à la bibliothèque du collège certaines fonctions. Pour réaliser les nouveaux motifs de quelques pagnes achetés pour le nouvel an, il veut se servir de ces fonctions. Ces fonctions nommées f, g, h et i sont définis par $f(x)=\frac{x-3}{6+2x}$; g(x)=$-4x^2+6x-3$; $h(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$ $et\ i(x)=x^3+x^2+1$.

Impressionné, il se préoccupe lors de la réalisation du motif des liens qui existent entre certaines indications sur le pagne acheté et les généralités sur les fonctions.

Tâche : Tu es invité(e) à répondre aux préoccupations de Togbé à travers la résolution de deux problèmes suivants.

Problème1 :

1- Détermine l'ensemble de définition des fonctions f, g, et h

2-a) Justifie que la fonction h est paire.

b) Détermine i(1) et i(-1) puis déduis la parité de la fonction i

3-a) Démontre que la droite (Δ) d'équation x= $\frac{3}{4}$ est un axe de symétrie pour la courbe $(\mathcal{C}_g)$.

b) Démontre que le point $\gamma(-3;\frac{1}{2})$ est un centre de symétrie pour la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

Problème2 :

Dans un repère orthonormé direct (O, I, J), les lignes tracées dans le pagne sont représentations graphiques des fonctions j, m et n. Avec j(x)=ax^2+bx+3 ; m(x)=$x+\frac{1}{x}$ $et\ n(x)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$

4) Détermine l'ensemble de définition des fonctions m et n.

5) Calcule les limites des fonctions m et n aux de bornes de leurs domaines de définitions respectifs

6) Détermine les réels a et b de la fonction j pour que la courbe $(\mathcal{C}_j)$ passe par les points A(1 ; 2) et B(-1 ; 6).

EPREUVE 6 Tle

Situation de départ

Contexte : Une visite enrichissante.

Lors de l'installation de son réseau, un opérateur téléphonique utilisant la technologie du GSM est contraint de construire un pylône de forme pyramidale SABCD dont l'aire de base mesure $5\beta^2$ où β est un nombre réel.

Une simulation projette que dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct (O ; I, J, K) : le triplet de coordonnées du point A est (1 ; 2 ; 2), (AB) = (R) ∩ (Q) ; (AD) = (P) ∩ (R) où (P), (Q) et (R) sont les plans définis respectivement par : (P) : $x - 2y + 3 = 0$;

(Q) : $\begin{cases} x = \frac{1}{2} - t - \frac{1}{2}t' \\ y = 3 + 2t + t' \\ z = 1 - t' \end{cases}$, $(t, t') \in \mathbb{R}^2$ et (R) : $z - 2 = 0$.

Le système d'équations cartésiennes de la droite (SC) est : $1 - x = \frac{2-y}{3} = \frac{z-7}{5}$

- C est un point du plan (R), son projeté orthogonal sur le plan (P) est le point D.
- Lors d'une visite des installations de cet opérateur, ADVEN, un élève en classe de T^{le} D s'intéresse à l'architecture du pylône et à une enceinte tétraédrique qui y est aménagée mais éprouve de difficultés.

Tâche : Tu vas déterminer avec ADVEN les informations qui l'intéressent en résolvant les trois problèmes suivants :

Problème 1

1°) a- Démontre que : (P) ⊥ (Q) ; (P) ⊥ (R) et (Q) ⊥ (R).

b- Justifie que A ∈ (P) ∩ (Q) ∩ (R).

2°) a- Détermine en fonction du paramètre réel t une représentation paramétrique de la droite (Δ) intersection des plans (P) et (Q).

b- Détermine le triplet de coordonnées du oint S dans le repère (O ; I, J, K) lorsque t prend la valeur 1.

3°) a- Justifie que le triplet de coordonnées du point C est (2 ; 5 ; 2).

b- Calcule d(C; (P)) et d(C ; (Q)).

c- Déduis-en que la nature du quadrilatère ABCD est un carré.

d- Pour quelle valeur du nombre réel β la contrainte sur l'aire de la base est-elle respectée ?

Problème 2

L'enceinte construite dans le pylône a la forme d'un tétraèdre trirectangle ASBD tel que :

- Le projeté orthogonal du point A dans le plan (SBD) est un point H.
- Les triplets de coordonnées des sommets sont S(1, 2, 7), B(4, 4, 2) et C(2, 5, 2).

Suite au verso

4°) a- Justifie que le triplet de coordonnées du point D pour que la quadrilatère ABCD soit un

parallélogramme est (3, 3, 2).

b- Les points S, A, B et D sont-ils coplanaires ? Justifie ta réponse.

5°) a- Détermine une équation cartésienne du plan (SBD).

b- Détermine une représentation paramétrique de la droite (Δ') passant par A et orthogonale au plan (SBD).

c- Détermine le triplet de coordonnées du point H.

6°) a- Démontre que (AH) $\perp$ (SB) ; (AB) $\perp$ (SB) et (DH) $\perp$ SB).

b- Démontre que (SA) $\perp$ (DB).

c- Le tétraèdre ASBD est-il orthocentrique ? Justifie ta réponse.

<u>NB</u> : *Un tétraèdre dont les arêtes opposées sont deux à deux orthogonales est dit orthocentrique.*

<u>Problème 3</u>

L'une des fonctions de l'équipement logé dans l'enceinte tétraédrique est la réduction des nuisances des perturbations lors des communications téléphoniques. Cette fonction consiste en un filtrage du signal utilisant un polynôme à coefficients complexes soumis à des critères déterminés. Soit P(z) un polynôme utilisé lors d'un filtrage et ayant servi à générer des nombres complexes et l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = 0$ avec $P(z) = z^4 - 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 - 3z + 1$.

$\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes et i le nombre complexe vérifiant $i^2 = -1$.

7°) Vérifie que zéro n'est pas une solution de (E).

8°) a- Démontre que $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(\bar{z}) = \overline{P(z)}$

b- Démontre que si z_0 est une solution de (E), alors $\overline{z_0}$ est aussi une solution de (E).

9°) Démontre que si z_0 est une solution de (E), alors $\frac{1}{z_0}$ est aussi une solution de (E).

10°) a- Calcule $P(1 + i)$.

b- Résous (E).

11°) a- Calcule $(1 + i)^2$.

b- Détermine l'ensemble (Γ_1) des points M d'affixes z tels que z' soit imaginaire pur avec $z' = \frac{z-2i}{z-1-i}$.

c- Détermine l'ensemble (Γ_2) des points M d'affixes z tels que $|z'| = 1$ avec $z' = \frac{z-2i}{z-1-i}$.

EPREUVE 7 Tle C

Contexte : Le travail au mérite

Pour des services rendus à la population de Dounia, certains professeurs des collèges de Dounia ont été récompensés par les autorités de Dounia. Tous les professeurs ont reçu le même lot de cadeaux dont l'un à la forme d'un tétraèdre ABCD susceptible de réglage. Les points B, C et D sont contenus dans le plan (P) ; H est le projeté orthogonal de A sur le plan (P) .

A l'intérieur du tétraèdre se trouve une tige assimilable à la droite (D_1) qui est contenu dans le plan (Q) passant par H.

Sovi un élève de la classe de terminale C et son professeur de Mathématiques ayant reçu le prix ont placé le tétraèdre ABCD dans l'espace muni du repère orthonormé direct **(O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$)** et trouvent que **A (3 ; 2 ; -1), B (-6 ; 1 ;1), C (4 ; -3 ; 3), D (-1 ; -5 ; -1) ; (D): $\frac{-x+1}{3} = \frac{2y+1}{2} = -z + 4$**

Sovi élève moyen mais studieux au vu de ces informations se propose de trouver les coordonnées du point H, de déterminer certaines équations et de définir certaines applications de l'espace.

Tâche : En tenant compte de ces informations et certainement des autres informations à venir tu es invité (e) à utiliser tes connaissances en mathématiques pour accompagner Sovi dans ses recherches en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1 :

1- Détermine les coordonnées du point H

2-

a- Calcule le volume du tétraèdre ABCD

b- Détermine une équation cartésienne du plan (Q)

c- Détermine une représentation paramétrique de la droite (

3-

a- Calcule la distance de A à la droite(D_1)

b- Détermine les coordonnées du point K projeté orthogonal de A sur la droite (D_1)

4- Soit d_1 le demi-tour d'axe (D_1) et S_2 la réflexion de plan (P_2) où (P_2) est le plan perpendiculaire à (D_1) et passant par A.

a- Donne la nature et les éléments caractéristiques de $d_1 \circ S_2$

b- Détermine l'expression analytique de $d_1 \circ S_2$

5- Soit f l'application de l'espace qui à tout point M(x,y,z) associe le point M'(x',y',z') tel que :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x + 2y + 2z + 3) \\ y' = \frac{1}{3}(2x - y + 2z - 3) \\ z' = \frac{1}{3}(2x + 2y - z - 3) \end{cases}$$

a- Détermine l'ensemble ב des points invariants par f

b- Démontre que f= $d_2 \circ t = t \circ d_2$ où d_2 est un demi-tour et t est une translation dont tu préciseras l'axe et le vecteur.

<u>Problème 2</u> :

Le tétraèdre ABCD réglé et n'étant plus dans l'espace précédent est un tétraèdre régulier d'arête a. A' est le centre de gravité du triangle BCD.

6-

a- Détermine le nombre réel m pourque le point G milieu de [AA'] soit le barycentre des points pondérés (A,m) ; (B,1) ; (C,1) ; (D,1).

b- On pose m = 3

Calcule AG^2

7- Soit (S) désigne l'ensemble des points M de l'espace tels que :

$6MA^2 + 2MB^2 + 2MC^2 + 2MD^2 = 5a^2$ et (F) l'ensemble des points de l'espace tels que : $-3MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = a^2$

a- Détermine la nature et les éléments caractéristiques de $(\mathcal{S})$

b- Détermine la nature et les éléments caractéristique de $(\mathcal{F})$

c- Justifie que $(\mathcal{F})$ est le plan médiateur de [AA']

8-

a- Justifie que $(\mathcal{S})$ et $(\mathcal{F})$ sont sécants

b- On désigne par $(\mathcal{C})$

c- Justifie que les milieux respectifs I, J et L des segments [AB], [AC], et [AD] appartiennent à $(\mathcal{C})$

Problème 3 :

Sur les murs de la salle de réception se trouvent certaines décorations parmi lesquelles un triangle équilatéral BCD de côté 1 et une application g de l'espace $\sum$ dans lui-même qui à tout point M associe le point M tel que :

$(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}) \wedge \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{M'C} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

9- Justifie que :

a- Pour tout point M de $\sum$, $\left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}\right) \wedge \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{CD}$

b- Pour tout points M et M′ de $\sum$, $g(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{CD}$

c- g admet un seul point invariant Ω

10- Démontre que g est une homothétie dont tu préciseras les éléments caractéristiques.

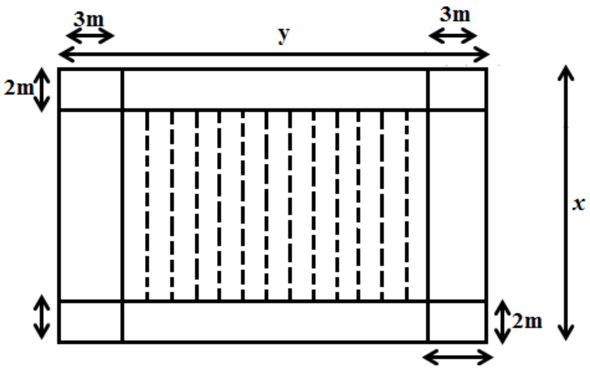
11- Calcule l'aire de l'image du triangle BCD par g.

EPREUVE 8 Tle AB

Contexte : Construction de stade

Suite à la décision du gouvernement de doter chaque commune d'un stade, la première autorité de la commune de Zinta, assistée des techniciens en la matière, a mis à disposition de l'entreprise ayant en charge la construction du joyau, un terrain rectangulaire.

Il est prévu la pose de garzons synthétiques sur la piste servant de bordure au terrain de football de largeur 2m à droite et à gauche et largeur 3m en bas et en haut. On note x et y les dimensions de ce terrain comme indiqué sur le schéma ci-dessous.



La partie hachurée représente l'aire de jeu du football. Les techniciens de l'entreprise voudraient évaluer les dimensions de ce terrain pour que la consommation en gazons soit minimale. Aussi souhaitent-ils connaître les caractéristiques de certaine voie d'accès au stade.

<u>**Tâche**</u> : Tu vas aider les techniciens de l'entreprise à trouver solutions à leurs préoccupations.

<u>**Problème 1**</u>

1) Exprime en fonction de x et y l'aire de jeu pour le football.
2) Sachant que l'aire jeu pour le football est 600m2, détermine :

   a- La longueur y en fonction de la largeur x.

   b- Démontre que l'aire S(x) du terrain en fonction de x est S(x) = $\frac{6x^2+576x}{x-4}$.

3) a – Détermine la dérivée de la fonction S.

b – Étudie le sens de variation de la fonction S sur]4 ; +∞[puis dresse son tableau de variation sur cet intervalle.

c – Détermine les dimensions du terrain pour que la consommation en gazons soit minimale.

<u>**Problème 2**</u>

Les deux voies d'accès au stade sont assimilables aux représentations graphiques (C_g) et (C_h) des fonctions g et h telles que g(x) = $\frac{x^2}{x+2}$ et h(x) = $x^2 + 4x + 3$.

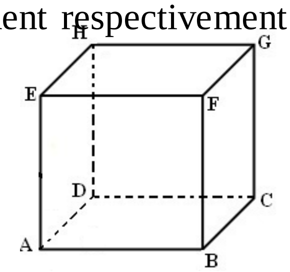
4) Démontre que la droite (D) : $x = -2$ est un axe de symétrie à la courbe (C_h) de h.

5) Démontre que le point A(-2 ; -4) est un centre de symétrie à la courbe (C_g) de g.

EPREUVE 9 Tle D

Dans le cadre de l'opération « zéro accident sur les routes », le CNSR a installé à l'entrée de l'échangeur de GODOMEY un appareil de vidéosurveillance de forme cubique ABCDEFGH de 1m d'arrête placé sur un poteau métallique (Δ) afin d'enregistrer les infractions des gros porteur.

L'appareil est composé de plusieurs caméras dont deux ultramodernes situés en I et J où I et J désignent respectivement le milieu du segment [GH] et le centre du carré BCGF.



Afin de surveiller simultanément tous les axes, les caméras émettant des rayons lumineux qui permettant de détecter les surcharges des gros porteurs et de renvoyer un signal à une barrière qui se ferme automatiquement sur les véhicules en infractions.

L'onde balayée par l'un des rayons lumineux est l'ensemble (Γ) des points M de l'espace oriente (C) tel que : $(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG}) \wedge (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MH}) = \vec{0}$ et le plan réflecteur (P) des rayons lumineux mis en place lors de l'installation de l'appareil de vidéosurveillance est l'ensemble (Γ') des point M défini par $(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$.

L'objectif à terme de l'opération est de réduire considérablement les accidents sur l'échangeur afin d'aménager aux alentours un parc d'attraction.

Fréynel élève en terminal D, est émerveillé par le dispositif mis en place et s'y intéresse. Il se propose d'étudier certaines caractéristiques géométriques du dispositif et de déterminer la nature exacte du domaine sur lequel sera érigé le parc.

Tâche : Tu es invité (e) à aider fréynel en résolvant les problèmes ci-dessous.

Problème 1

1) a – Justifie que le triplet $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{AE})$ est une base de l'espace.

b – Prouve que le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{AE})$ est orthonormé direct.

c – Détermine les coordonnées des points I, J et E dans ce repère.

2) Démontre que AEIJ est un tétraèdre puis calcule son volume V.

3) a – Justifie que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG} = 4\overrightarrow{MJ}$ et $\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MH} = 2\overrightarrow{MI}$.

b – Déduis-en que (Γ) est une droite dont tu préciseras un repère.

4) a – Justifie que $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MK}$ et $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -\overrightarrow{AR}$ où K est le barycentre du point système du point pondérés $\{(A;1);(B;\ -1);(C;1)\}$ et R le barycentre du système de points pondérés$\{(C;1);(B;\ -2)\}$.

b – Détermine les coordonnées des points K et R.

c – Justifie que (P) est un plan dont tu donneras un repère.

5) a – Calcule $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{DB}$.

b – Déduis-en la position relative de la droite (AG) et du plan (BDE).

Problème 2

On muni maintenant l'espace (C) d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$; $\vec{k}$).

Les points de la montée et de la descente de l'échangeur sont respectivement définis par :

(Q) : $2x + y + 2z - 1 = 0$ et (R) : $\begin{cases} x = 3\propto + \beta + 2 \\ y = 2\propto + 2\beta - 1 \\ z = 5\propto + 7\beta - 3 \end{cases}$; $(\propto ; \beta) \in \mathbb{R}^2$.

Le poteau métallique (Δ) est l'ensemble des points M(x ; y ; z) de (C) tels que $\overrightarrow{OM} \wedge \vec{e}_1 = \vec{e}_2$ avec $\vec{e}_1(1 ; 1 ; 3)$ et $\vec{e}_2(-8 ; -4 ; 4)$.

1) a – Justifie que les plans (Q) et (R) sont perpendiculaires.

b – Détermine une équation cartésienne du plan (R).

2) a – Détermine une équation représentation paramétrique de (Δ).

b – Justifie que la droite (Δ) est parallèle au plan (R).

c – La droite (Δ) est-elle parallèle au plan (Q) ? Si non, détermine les coordonnées point d'intersection de (Δ) et (Q).

3) a – Résous par la méthode de pivot de Gauss le système linéaire

$$(S) : \begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ x - 4y + z = -1 \\ x - y = -1 \end{cases}.$$

b – Déduis-en (P) ∩ (Q) ∩ (R).

4) Deux des rayons lumineux émis par les caméras ultramodernes sont définies par les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives : (D_1) : $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = 2t + 3 \end{cases}$ (t ∈ ℝ (D_2) : $\frac{x+1}{2} = \frac{-y}{2} = \frac{z-1}{4}$.

   a- Démontre que les droites (D_1) et (D_2) sont strictement parallèles.

   b- Détermine une équation cartésienne du plan (P_1) contenant les droites (D_1) et (D_2).

5) Calcule la distance d séparant les droites (D_1) et (D_2).

Problème 3

Le parc d'attraction sera installé dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{e}_1$; $\vec{e}_2$). Dans ce plan, on considère le nombre complexe Z = $\frac{z-4+3i}{z-3+2i}$ avec z ≠ 3 – 2i et on pose Z = X + iY et z = x + iy ou x ; X et Y sont des réels.

1) a – Exprime X et Y en fonction de x et y.

b – Détermine l'ensemble (E) des points M d'affixe z tels que Z ∈ iℝ.

c – Justifie que si Z ∈ ℝ, alors Z = $\frac{x-4}{x-3}$.

d – Démontre que si $|Z-1|$ = 1, alors l'ensemble des points M d'affixes z est le cercle de centre Ω(3 ; -2) et de rayon $\sqrt{2}$.

2) Soit A, B et C trois points du plan complexe d'affixe respectives i ; -2 + i et 2 + i. Détermine :

   a- L'ensemble (D) des points M d'affixe z vérifiant : $|\overline{z}+i|$ = $|z+2+i|$.

   b- L'ensemble (C) des points M d'affixe z tels que $|(1+i)z-5i|$ = $\sqrt{10}$.

   c- L'ensemble (D) ∩ (C).

EPREUVE 10 Tle AB

<u>Contexte</u> *: Discutions autour d'une recherche.*

Deux amis Isaac et Nia sont élèves en classe de terminale littéraire au CEG BANIKANNI de Parakou.

Au cours des recherches personnelles pour l'amélioration de leur niveau en mathématique, chacun d'eux fait des observations dont il a des difficultés à vérifier l'exactitude.

Ainsi :

- *Isaac observe les courbes de trois fonctions f : g et h défini par :*

$f: IR \longrightarrow IR$; $g: IR \longrightarrow IR$

$x \longmapsto \frac{5x^3-x}{x^2-4}$ $\qquad x \longmapsto \frac{x^2-5x+15}{x-2}$

$h: IR \longrightarrow IR$

$x \longmapsto \frac{|x|+1}{x^2-1}$

Il ne parvient pas à calculer les limites aux bornes de définition de la fonction ***g*** *et à étudier la parité de f et h*

- *Nia observe deux fonction i et l dont les représentations graphiques (C_i) et (C_l) dans un repère orthonormé (O, I, J) possède respectivement le point Ω (-2 ; - 4) et la droite (D) d'équation x= -2 pour centre de symétrie et axe de symétrie.*

A l'issue de ces discutions, les deux amis décident de vérifier leurs observations à travers les problèmes ci-dessous.

Tâche *: Tu vas aider ces deux amis à vérifier leurs observations à travers les problèmes ci-dessous.*

Problème 1

1-a) Détermine l'ensemble de définition Dg de la fonction g

b) Calcule les limites aux bornes du domaine de définition de g et interprète si possible chaque résultat.

2- a) Vérifie que : pour tout x ϵ Dg on a :

$g(x) = x - 3 + \frac{9}{x-2}$

b) En déduire que la droite (D) d'équation y= x – 3 est asymptote oblique à la courbe représentative de g

3) Etudie la parité des fonctions f et h et faire une interprétation géométrique pour chaque résultat.

Problème 2

Les fonctions i et l observées par Nia sont définis par :

$i\colon\ IR \longrightarrow IR$ et $l\colon\ IR \longrightarrow IR$

$x \longmapsto \frac{x^3}{x+2}$ $\qquad x \longmapsto ax^2 + bx + c$

Avec IR^* ; $(b, c) \in IR^2$

4- Démontre que Ω est centre de symétrie pour (C_i).

5-a) Détermine les réels a, b et c sachant qu'il existe un polynôme

$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ *tel que*

$P(x) = (x - 2)l(x)$

b) Démontre que la droite (D) est un axe de symétrie pour (C_ℓ)

EPREUVE 11 Tle A1

<u>Contexte :</u> Une offre spéciale.

Zokou est un élève en classe de terminale littéraire. Pour l'encourager dans ses études, son oncle **Zokpodoté** lui envoie depuis la **France** un livre de Mathématiques dont la couverture porte le tableau ci-dessous et les fonctions $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{h}$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$			‖		
$g(x)$	-3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

$\boldsymbol{f} : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$

$\boldsymbol{x} \longmapsto \dfrac{\boldsymbol{x^2+x}}{\boldsymbol{x-1}}$

$\boldsymbol{h} : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$

$\boldsymbol{x} \longmapsto \dfrac{\boldsymbol{x-1}}{\boldsymbol{x+2}}$

Zokou veut d'une part tout savoir sur le tableau de variations de la fonction $\boldsymbol{g}$ et d'autre part étudier le sens de variations des fonctions $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{h}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction $\boldsymbol{h}$.

<u>Tâche :</u> Tu vas aider **Zokou** à trouver des réponses à ses préoccupations à travers la résolution des deux problèmes suivants.

Problème 1

1. **a)** Reproduis puis complète le tableau de variations de la fonction $\boldsymbol{g}$.

b) Donne l'ensemble de définition $\boldsymbol{D_g}$ de la fonction $\boldsymbol{g}$.

2. **a)** Donne les limites de $\boldsymbol{g}$ aux bornes de son ensemble de définition.

b) Donne le sens de variations de la fonction $\boldsymbol{g}$ sur chaque intervalle de son ensemble de définition.

3. On désigne par $(\boldsymbol{C})$ la courbe représentative de la fonction $\boldsymbol{g}$ dans le repère orthonormé $(\boldsymbol{O}, \vec{\boldsymbol{\imath}}, \vec{\boldsymbol{\jmath}})$ **(unité 1 Cm)**.

   a) La courbe $(\boldsymbol{C})$ admet combien d'asymptotes ?

   b) Donne en justifiant une équation de chacune d'elles.

4. Trace la courbe $(\boldsymbol{C})$ dans le repère $(\boldsymbol{O}, \vec{\boldsymbol{\imath}}, \vec{\boldsymbol{\jmath}})$.

Problème 2

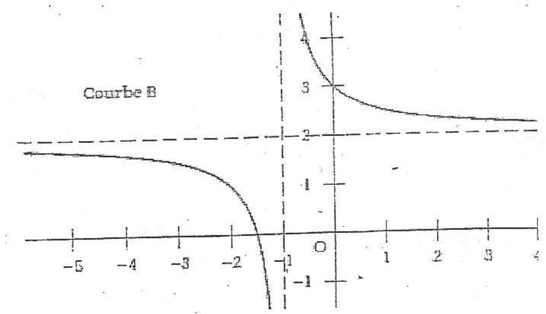
5. Détermine l'ensemble de définition de la fonction $\boldsymbol{f}$.
6. Calcule les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction $\boldsymbol{f}$.
7. Détermine l'ensemble de dérivabilité et la fonction dérivée de la fonction $\boldsymbol{f}$.
8. Étudie le sens de variation de la fonction $\boldsymbol{h}$.
9. Détermine une équation de la tangente $(\boldsymbol{T})$ à la courbe représentative $(\boldsymbol{C'})$ de la fonction h au point $\boldsymbol{\Omega(-1\ ;\ -1)}$.
10. Dresse alors le tableau de variation de la fonction $\boldsymbol{h}$.

NB : **Il faut la précision dans la rapidité.**

EPREUVE 12 Tle D

Contexte :

Dans le cadre de la campagne cotonnière de 2017, l'association des producteurs de coton de la commune de Nikki dans le Borgou a sollicité l'appui de la municipalité pour l'aménagement de l'ancienne piste d'accès aux champs de coton ou le tracé d'une nouvelle piste afin de permettre aux camions d'accéder aux nouveaux champs emblavés pour l'acheminement des récoltes vers les usines d'égrenage. La mairie a commandité une étude pour déterminer la trajectoire de la nouvelle piste qui permettrait de désenclaves certaines localités de la commune. Cette étude révèle que l'allure de cette nouvelle piste doit être celle de courbe représentative de la fonction f définie par : f(x) = $\frac{-x^2+5x-15}{x-3}$. L'ancienne piste à aménager a l'allure de la courbe B d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$-{-11} dont la courbe représentative est la suivante.



Le Maire fait appel à M. BIO YERIAMA Président de l'Association et lui fait part des conclusions de cette étude. N'ayant pas compris grande chose des explications du Maire, il demande à son fils sacca, en classe de Terminale A2 qui était concentré à traiter les équations et inéquations comportant le logarithme népérien, de l'aider. Sacca décide d'abord d'chever la résolution de ses exercices, d'étudier ensuite les propriétés graphiques de la courbe B et de représenter enfin graphiquement la fonction f.

Tâche : Tu es invité à aider Sacca en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

1) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a- $2\ln(x-3) = \ln 4$;

b- $\ln x + \ln(x+2) \leq \ln(x^2 - 2x + 2)$.

2) Justifie ou infirme les équations suivantes.

a- $\ln(72) = 3\ln(2) + 2\ln(3)$;

b- $\ln(\frac{32}{343} = 4\ln 2 - 3\ln 7$;

c- $\ln(625) = 5\ln(4)$.

<u>Problème 2</u>

3) a – Détermine les limites de g aux bornes de $\mathbb{R}$-{-1}.

b – Précise les asymptotes de la courbe B.

4) a – Précise les sens de variation de g sur $]-\infty ; -1[$ et sur $]-1 ; +\infty[$.

b – Dresse le tableau de variation de g.

5) Détermine les réels α, β et γ tels que $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x-3}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$-{3}.

6) a – Montre que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote oblique à la courbe (C) représentative de f.

b – Étudie les positions relatives de (C) et (Δ) suivant les valeurs de x.

7) a – Étudie le sens de variation de f suivant les valeurs de x.

b – Dresse le tableau de variation de f.

8) Trace (C) et ses asymptotes dans un repère orthonormal (O ; I ; J) (Unité graphique 0,5cm).

EPREUVE 13 Tle C

Contexte *: un championnat de mathématiques*

Un championnat de mathématique organisé à l'endroit des élèves de niveau terminale c a porté sur les notions d'arithmétique, les probabilités et l'étude d'une fonction f. L'un des supports de l'épreuve soumise aux apprenants contient les équations :

(E) :2688x+3024y=-3360 et (E') : 8x+9y+10 = 0 . Un autre contient dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ *, l'ensemble (π) des points M(x,y,z) tels que x+2y-z=-2 et 3x-y+5z=0 . il s'agit de déterminer entre autres ,l'ensemble* **Ω** *des points de (π) dont les coordonnées sont des entiers relatifs et , de trouver un entier n qui, divisé par 8 donne pour reste 1 et divisé par 5 donne pour reste 2 avec 3940<n<4000.*

Le meilleur prix à gagner, est un objet précieux (S') dont la nature et le volume seront à déterminer.Kio, un candidat à ce championnat, rêve de remporter le meilleur prix.

Tache *: Tu es invité à trouver des solutions aux préoccupations de Kio en résolvant les trois problèmes suivants.*

Problème 1

1) a- Justifie que les équations (E) et (E') sont équivalentes.

b- Résous dans$\mathbb{Z}^2$ l'équation (E').

2) a- Justifie que les coordonnées (x, y, z) des points de (π) vérifient (E').

b- Déduis-en l'ensemble **Ω**.

3) a- Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation 8x-5y=1.

b- Détermine le reste de la division euclidienne de n par 40.

c- Détermine l'entier n.

Problème 2

Le jour du test pour obtenir un numéro de table, chaque candidat doit procédé à trois tirages successifs et sans remise d'un jetons d'une boite contenant six jetons indiscernables au toucher numérotés de 1 à 6. $\alpha, \beta \ et \ \gamma$ désignent respectivement le premier, le deuxième et le troisième numéro obtenu par un candidat. Après le tirage, les participants sont appelés à résoudre l'équation $(E) : 715a - 440b = t$ dont l'inconnue est le couple d'entiers relatifs (a, b) ; t est un entier naturel dont l'écriture dans le système décimal est $\overline{1\alpha2\beta\gamma}$.Brice un des participants a obtenu aux tirages les numéros 2,6 et 5 .

4) Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) correspondant aux tirages de Brice.

5) Trouve tous les triplets (α, β, γ) pour lesquels t est un multiple de 55.

6) a- Détermine la probabilité pour que (E) admette de solution dans $\mathbb{Z}^2$.

b-Détermine la probabilité pour que t soit un nombre pair.

7) Au fait, après le tirage les participants sont appelés aussi à résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $\alpha z^2 + \beta z + \gamma = 0$

a- Détermine la probabilité pour que (E') admette deux solutions réelles.

b- Détermine la probabilité pour que (E') admette une solution double.

c- Détermine la probabilité pour que (E') n'admette aucune solution réelle.

Problème 3

Le jour des résultats du test le nombre exprimé en dizaine, de parents d'élèves présents pour la circonstance est égal $\left|(h^{-1})'(-8-\sqrt{3})\right|$ où h est la fonction définie par :

h : $]-\infty, -1[\to]-1, +\infty[$ $x \mapsto h(x) = f(x)$

et f la fonction numérique de variable réelle définie par

$f(x) = x^3 - \sqrt{x^2-1}$ .On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé direct (O ;$\vec{u}, \vec{v}$).

8) Soit u la fonction définie par u(x)= $3x\sqrt{x^2-1} - 1$

   a- Étude les variations de u

   b- Démontre qu'il existe un unique réel α tel que u(x_0) =0 et que $1 < x_0 < 1{,}1$

   c- Déduis-en le signe de u(x) pour tout x élément du domaine de définition de u.

9) a- Détermine l'ensemble de définition de f

b- Étudie la dérivabilité de f à gauche en -1 et à droite en 1 puis donne une interprétation des résultats obtenus.

   a. a- Démontre que pour tout x élément de $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$,

$$f'(x) = \frac{xu(x)}{\sqrt{x^2-1}}$$

b- Achève l'étude des variations de f

10) a – Étudie les branches infinies de la courbe (C)

b – En prenant 1,1 comme valeur de x_0, construis la courbe (C).

c – Discute suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution de l'équation f(x)= m

11) a – Justifie que h est une application bijective et que sa bijection réciproque h^{-1} est dérivable sur $]-\infty, -1[$

b – On désigne par (C') la courbe de h^{-1} .Construis (C') dans le même repère que (C).

c – Démontre que le point A$(-8-\sqrt{3}$,-2) appartient à (C').

d – Calcule $(h^{-1})'(-8-\sqrt{3})$ *puis* déduis-en le nombre de parents présents le jour des résultats.

EPREUVE 14 Tle D

<u>Contexte</u> : Lutte traditionnelle

Au Niger, la lutte traditionnelle est une compétition d'envergure nationale Aimée des nigériens, elle est dotée de grand prix (sabre en or).

Harébéni un élève en Tle D a assisté à l'édition de 2018. Il a été impressionné de ce qu'il a vu et constaté qu'il a décidé d'en faire une analyse mathématique. Ainsi, il analyse :

- ☞ Les propriétés mathématiques utilisées pour confectionnées l'arêne de lutte.

- ☞ Les propriétés des fonctions dont les représentations graphiques décrivent des trajectoires obtenues par les mouvements des deux lutteurs et de l'arbitre.
- ☞ Il voulait aussi connaître la distance du centre de l'arêne au point N ou la tour de contrôle de sécurité a été installée.
- ☞ Il veut aussi déterminer l'angle d'inclinaison au point K de la courbe qui désigne le point anguleux.

Tâche : Tu vas te joindre à Harébéni pour trouver solution à ces préoccupations.

Problème 1

Situation-problème : Confection de l'arêne de lutte.

Harebéni a assimilé l'arêne à un cercle circonscrit au triangle ABC où A, B et C sont des points images des solutions de l'équation P(z) = 0 avec
$P(z) = z^4 + (-9 + 2i)z^3 + (28 - 18i)z^2 + (-20 + 56i)z - 40i$. Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct (O ; u ; v). On prendra 7m pour unité graphique).

Sous-tâche N°1 : Tu vas résoudre l'équation P(z) = 0.

Consigne

1) Détermine le polynôme complexe Q(z) tel que : $P(z) : (z^2 - 8z + 20).Q(z)$.
2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation P(z) = 0.
3) On considère les points A, B, C, D d'affixes respectives $z_A = -2i$; $z_B = 4 - 2i$; $z_C = 4 + 2i$; $z_D = 1$.
   - a- Détermine la nature du triangle ABC.
   - b- Déduis-en le périmètre de l'arêne de lutte (on prendra $\pi = \frac{22}{7}$).
4) On désigne par F l'application qui à tout point M du plan (P) d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = \frac{(4+2i)- z}{z+2i}$.
   - a- Détermine l'affixe du point N définit par F(T) = N avec z = -i.
   - b- Déduis-en la distance du centre de l'arêne à la tour où I désigne le centre de l'arêne.
   - c- Donne une interprétation géométrique des modules et des arguments des nombres complexes : $4 + 2i - z$; $z_T + 2i$.
   - d- Justifie que mes $(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}) = \pi +$ mes $(\widehat{\overrightarrow{AM}\ ;\ \overrightarrow{CM}})$.

e- Démontre que l'ensemble des points M d'affixes z tels que $|z'| = 2$ est le cercle de diamètre $[G_1 ; G_2]$ avec G_1 barycentre des points pondérés (A ; -2) ; (C ; 1) et G_2 barycentre des points pondérés (A ; 2) ; (C ; 1).

5) a – Démontre que pour tout nombre complexe $z \neq -2i$ on a : $(z' + 1)(z + 2i) = 4 + 4i$.

b – Pour tout point distinct de A on pose F(M) = M'. Prouve que
$M' \neq E$; $EM' \times AM = 4\sqrt{2}$ et $(\vec{u} ; \overrightarrow{EM'}) + (\vec{u} ; \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{4}$ avec $z_E = -1$.

Problème 2

Situation-problème : Analyse mathématique des mouvements de l'arbitre autour des lutteurs.

Sous-tâche N°2 : Tu vas étudier la fonction g : $[O ; \frac{\pi}{2}] \rightarrow [O ; 1]$

dont la courbe représentative indique $x \longmapsto \sin^2 x$.

trajectoire des mouvements de l'arbitre.

6) a – Démontre que g est une bijection.

b – Détermine l'ensemble de dérivabilité E de la réciproque g^{-1} de g.

c – Calcule $g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ et $(g^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right)$.

7) a – Démontre que $\forall\, x$ E ; $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x - x^2}}$ puis retrouve $(g^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right)$.

b – Trace les représentations graphiques (Cg) et (Cg^{-1}) des fonctions g et de g^{-1}.

Problème 3

Situation-problème : Étude des propriétés de la fonction dont la représentation graphique décrit la trajectoire la trajectoire du mouvement qui a permis à LABO de terrasser son challenger BALA.

Sous-tâche N°3 : Tu vas traiter les consignes suivantes.

On donne $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} \; si\ x < 0 \\ f(x) = \frac{-2x^2+1}{x+2} \; si\ x > 0 \end{cases}$.

8) Démontre que la fonction f peut être prolongée par continuité en O.

9) Soit la fonction h définit par : $\begin{cases} h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} \; si\ x < 0 \\ h(x) = \frac{-2x^2+1}{x+2} \; si\ x > 0 \\ h(o) = \frac{1}{2} \end{cases}$.

a- Étudie la continuité et la dérivabilité de h en O.

b- Donne une interprétation géométrique des résultats obtenus.

10) a – Donne les coordonnées du point anguleux.

b – Faire une esquisse des demi tangente éventuelles.

EPREUVE 15 Tle D

<u>CONTEXTE</u> *:*

Les quarante – deux (42) élèves d'une classe de Terminale D ont décidé de monter une unité de production de jus de fruits après leur BAC. Ils ont choisi leur professeur de mathématiques comme parrain.

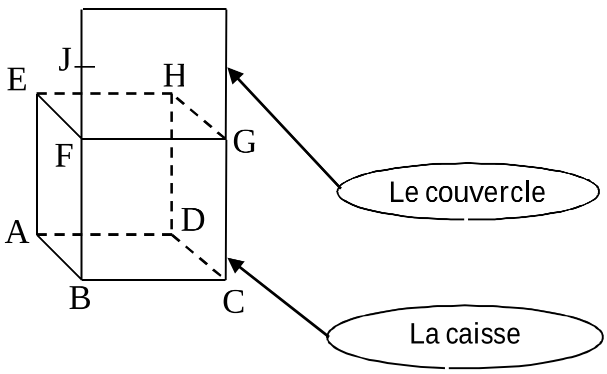
<< Vous devez d'abord compter sur vos propres forces communes>>, leur dit – il.

<< Je vais déposer auprès de la responsable, une caisse cubique de volume ***3375 cm³*** *et chaque élève déposera une modique somme par jour selon ses capacités pour atteindre par mois le minimum de* ***2500 F*** *par élève durant les neuf mois de l'année. Ensuite, je complèterai pour que vous ayez* **un million** *au démarrage. >>*

Le principe étant acquis, la séance suivante, le professeur de maths a amené la caisse. Il la représente au tableau (voir figure) pour dérouler une séance d'exercices :

° J représente la position du cadenas de la caisse,

° ***K** est le milieu du segment $[\boldsymbol{EH}]$;*



*Dans l'espace muni du repère orthonormé direct (A, B, D, E), le point **J** est l'intersection des ensembles (P) et (Δ) des points M de l'espace qui sont respectivement tels que :*

$\overrightarrow{AM} \cdot (\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AI}) = 0$ *et* $\overrightarrow{ME} \wedge \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EH} \wedge \overrightarrow{MH}$ *avec **I** le point de la caisse tel que :* $3\overrightarrow{HI} = \overrightarrow{HG}$.

***ODARA,** un élève de la classe veut déterminer la participation du professeur, les coordonnées du point **J** et étudier d'autres aspects complexes du sujet.*

***<u>Tâche</u>** : Tu es invité(e) à contribuer aux recherches de **ODARA** à travers la résolution des trois problèmes ci – après :*

<u>PROBLEME</u> 1

1) *a- Calcule l'arête **a** de la caisse.*

   *b- Calcule la participation du professeur si chaque élève cotise réellement **2500 F** par mois.*

2) *a- Reproduis en perspective cavalière, à l'échelle de $\frac{1}{3}$, le cube ABCDEFGH. (Prends pour code $\propto = 30°$; k = 0, 5 et pour arête **a = 12 cm**) et place le point I.*

b- Justifie que, dans le repère (A, B, D, E), on a : $I(\frac{1}{3}\,;1;1)$ et détermine, dans ce repère, les coordonnées des points C et H.

3) *a- Justifie que (Δ) est la droite (EH) et donne une représentation paramétrique de (Δ).*

   b- Justifie que (P) est le plan (ACI) puis détermine une équation cartésienne de (P).

c- Déduis – en les coordonnées de J.

4) a- Détermine une équation cartésienne du plan (Q) passant par I et orthogonal à la droite (AC).

b- Déduis – en les coordonnées du projeté orthogonal R de I sur la droite (AC) et la distance de I à la droite (AC).

5) Démontre que ABCJ est un tétraèdre puis calcule son volume en litres sachant que l'unité de longueur est 12 cm.

<u>PROBLEME</u> *2*

L'idée de cette unité de production est inspirée du projet SONGHAÏ. Ledit projet, avec l'insertion des jeunes dans le domaine agricole, exploite une surface située dans un plan supposé complexe de repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes. On considère l'application f définie par : $f(Z) = \left(e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)Z$.

6- Calcule $(\sqrt{3}-1)^2$

7- Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : $Z^2 - (\sqrt{3}+3i)Z - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$. *(Ecris les solutions sous formes algébrique puis trigonométrique).*

8- On désigne par R ; S et T les points d'affixes respectives : $\sqrt{3} + i$; $2i$ *et* $-2 + 2i$.

a- Ecris sous forme algébrique le nombre complexe : $u = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

b- Calcule les distances OR ; OS et RS puis déduis la nature du triangle ORS.

c- Ecris sous forme algébrique le nombre f(2i).

d- Ecris sous forme trigonométrique et algébrique le nombre $f(-2+2i)$.

Déduis – en les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{12}$ *et* $\sin\frac{5\pi}{12}$.

<u>PROBLEME</u> *3*

Toujours pour plus d'application le professeur de mathématique propose à ses apprenants de résoudre l'équation : $(E) : (Z-1)^6 - (Z-1)^3 + 1 = 0$

9- Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : $Z^2 - Z + 1 = 0$.

10- On pose $w = e^{i\frac{\pi}{3}}$

Détermine sous forme trigonométrique les racines cubiques de w et celles de son conjugué $\overline{w}$.

11- On admet que, pour tout réel θ, on a : $1 + e^{i\theta} = (2cos\frac{\theta}{2})e^{i\frac{\theta}{2}}$.

Déduis des questions précédentes, la forme exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

EPREUVE 16 Tle AB

SITUATION D'EVALUATION

Contexte :

Pendant les congés de fêtes de fin d'année, Rita, élève en classe de terminale série A_2 a décidé de profiter de ces moments de repos pour visiter la foire organisée à la maison des jeunes afin de s'acheter quelques tenues. A son arrivée, elle découvre des tableaux faits par certains grands savants exposés juste à l'entrée de la foire. Parmi ces tableaux, on dénombre celui représenté ci-dessous :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	‖	$+$
h(x)	2 ↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗ 2

On donne *h(x)*= $a - \frac{1}{(x-b)^2}$ et l'ensemble de définition de *h* est D = $\mathbb{R} \setminus \{b\}$, où *a* et *b* sont des nombres réels

Pour obtenir assez d'espace dans la cour, Codjo le Directeur du centre a choisi de construire dans la cour une ruelle qui peut être modélisées dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) par la courbe $(\mathcal{C}_g)$de la fonction $g$définies par :

Passionnée des mathématiques et candidate au baccalauréat, Rita a été particulièrement attirée par le tableau et désire découvrir la fonction dont les variations sont indiquées dans le tableau et les propriétés mathématiques que cache cette ruelle.

Tâche : Tu aideras Rita à travers la résolution des problèmes suivants :

Problème1 :

1-a) Détermine à partir du tableau de variation de *h*, l'ensemble de définition D de *h* puis les limites de *h* aux bornes de D

b-) Interprète graphiquement, les résultats des limites obtenues.

2-) Justifie que *a* = 2 et *b= 1 puis d*étermine *h'(x).*

Problème 2 :

Rita s'intéresse à présent à l'étude de la fonction g définie par : *g(x)* =$\frac{2x^2-7x+5}{x-3}$.

3-a) Détermine l'ensemble de définition T de *g* puis calcule les limites de *g* aux bornes de T.

b-) Détermine les nombres réels $\alpha, \beta\ et\ \gamma$ tels que ∀ x ∈ T, *g(x)* = $\alpha\ +\ \beta\ +\ \frac{\gamma}{x-3}$.

c-) Montre que la droite *(D)* d'équation *y = 2x -1* est une asymptote à $(\mathcal{C}_g)$, puis précise la seconde asymptote à $(\mathcal{C}_g)$.

4-) a) Justifie que ∀ x ∈ T ; *g'(x)*=$\frac{(2x-4)(x-4)}{(x-3)^2}$

b) Etudie le sens de variation de *g* puis dresse son tableau de variation..

5-) Détermine le domaine de définition de la fonction k définie par $k(x)\ =\ \ln(x^2$-4)

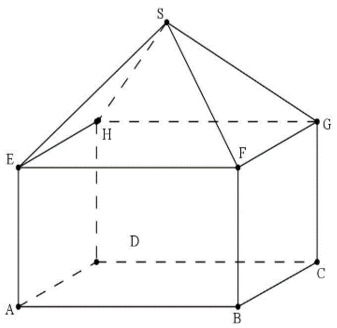
EPREUVE 17 Tle D

Contexte : *Exposé sur les mathématiques*

Dans un établissement de la place, pour suivre un exposé sur les mathématiques sur les notions de fonction, de nombres complexes et de géométrie dans l'espace, il est demandé aux classes de terminale de se faire représenter par des groupes de trois apprenants.

Le bâtiment qui devrait abriter la séance d'exposé a la forme d'un pavé droit $ABCDEFGH$ surmonté d'une pyramide régulière de base $SEFGH$ et dont le sommet S est équidistant des sommets E, F, G et H,doit vérifier $d(S;(ABC)) = \frac{41}{18}ul$. *En voici la figure :*

$AE = AD = EI = 1$ *unité de longueu* *nt* $[EF]$ *et AB = 2 unités de longueur.*



Une fois à l'intérieur du bâtiment, ont *savoir aux différents groupes présents* *que dans l'espace muni d'un repère orthonc* *choisi* $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ *le sommet S appartient aux plans* (P) *...* $2z + 23 = 0$ *et*(Q) *d'équation* $12x + 24y + 36z - 63 = 0$ *; que* $E(0;0;1)$, $F\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-\frac{1}{3}\right)$ *;*

$G(0;2;0)$ *que* (R)*désigne l'ensemble des points M de l'espace tels que* $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{EF} = 0$ *et qu'on veut connaitre la hauteur du bâtiment.*

Tâche *: Tu es invité(e) à contribuer à l'exposéà travers la résolution des trois problèmes ci – après :*

Problème 1 **:**

1. *a) Démontre que* $\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{EI}^2$

b) Déduis – en la valeur réelle de $\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{AI}$.

2. *a) Démontre que les plans $(P) et$ (Q) sont perpendiculaires.*

b) Détermine un repère de la droite (Δ), intersection des plans $(P) et$ (Q).

3. *a) Vérifie que le point S appartient à (R).*

b) Détermine une équation cartésienne de (R).

c) Déduis – en que S, a pour coordonnées $(-\frac{1}{6}; \frac{4}{3}; \frac{11}{12})$.

4. *On désigne par $\vec{u} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\vec{k}$ un vecteur normal au plan (EFG).*

Détermine une équation cartésienne du plan (EFG).

5. *Soit $(\mathcal{D})$ la droite passant par S et perpendiculaire au plan (EFG).*
   a) *Détermine une représentation paramétrique de la droite $(\mathcal{D})$.*
   b) *Détermine les coordonnées du point K, projeté orthogonal de S sur le plan (EFG).*
   c) *Calcule la distance du point S au plan (EFG).*
   d) *Ces données permettent-elles d'avoir le bon positionnement du sommet S ?*

<u>Problème 2</u>

Pour se faire représenter à cet exposé par un groupe de trois, une des classes de terminale fait sa sélection suivant les résultats à l'issue d'un lancer trois fois de suite d'une pièce de monnaie parfaitement équilibrée. Un garçon est désigné à chaque apparition de pile et une fille à chaque apparition de face. Un groupe constitué de filles et de garçons est appelé « groupe mixte » et un groupe constitué uniquement de garçons ou uniquement de fille est appelé « groupe non mixte ».

On désigne par M l'événement « le groupe est mixte » et par $\overline{M}$ l'événement contraire de M.

7. *Calcule les probabilités des événements M et $\overline{M}$.*
8. *A l'intérieur de la salle où se tient l'exposé, le groupe de trois élèves reçoit en cadeau trois t-shirts par fille présent au sein du groupe. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de t-shirts reçus.*

   a. *Quelles sont les valeurs prises par X.*
   b. *Détermine la loi de probabilité de X.*
   c. *Détermine et représente la fonction de répartition F de X.*
   d. *Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X.*

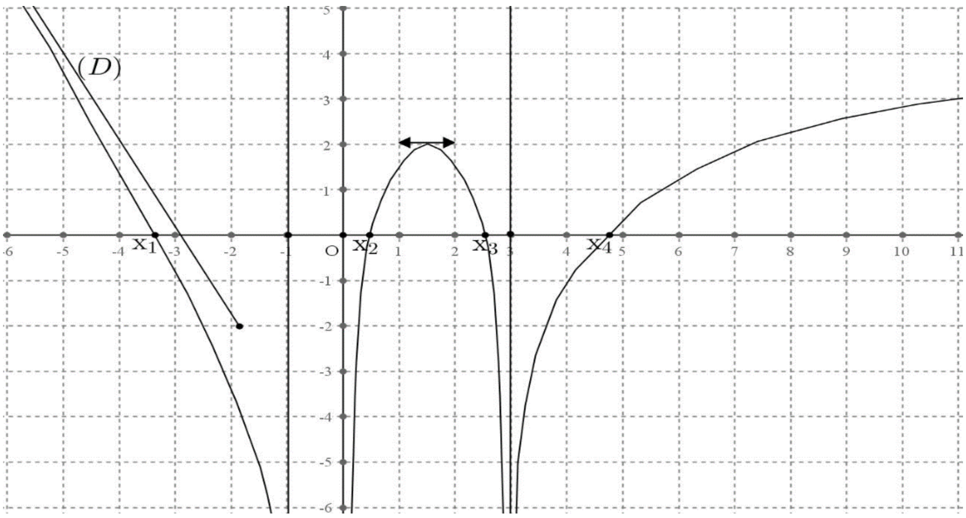
9. *Les t-shirts reçus sont répartis de manière équitable à tous les membres du groupe. Quelle est la probabilité que chaque membre du groupe reparte avec au moins deux t-shirts ?*

Problème 3

Le bâtiment est érigé dans un espace délimité par l'ensemble ($\mathcal{C}$) des points $M(Z)$ du plan complexe tels que

$Z = s(Z)$ *où s est une application du plan défini par :*
$s: \mathbb{C} \longmapsto \mathbb{C}$
$z \longmapsto s(z) = z' = 1 + \frac{4}{\bar{z} - 1}$ $(Z \neq 1)$.

Il est question au cours de l'exposé de déterminer la nature de ($\mathcal{C}$) et de faire une analyse graphique de la courbe ci-dessous celle d'une fonction numérique à variable réelle.



Pour cela :

10.a) *Détermine le domaine de définition D de la fonction f.*

b) *Détermine les limites aux bornes de D.*

c) *Etudie les branches infinies à la courbe représentative de f.*

d) *Donne les sens de variation de f*

e) *Résous graphiquement l'équation $f(x) = 0$*

f) *Etudie graphiquement le signe de f*

11. *Soit I le point d'affixe* 1

Démontre que :

a) $Z' = 1 + \frac{4}{\bar{z} - 1} \Leftrightarrow z' - 1 = \frac{4(z-1)}{|z-1|^2}$.

b) $Z' = 1 + \frac{4}{\bar{z} - 1} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = \frac{4}{IM^2}\overrightarrow{IM}$.

12.Déduis-en l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points M du plan tels

$M' = M$.

13.On pose à présent

$$P(z) = Z^6 + 2z^4 + 4z^2 + 8 \quad et \quad Q(Z) = Z^3 + 2Z^2 + 4Z + 8$$

a) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $Q(Z) = 0$ sachant qu'elle admet une racine imaginaire pure.

b)Justifie que $P(Z) = 0 \Leftrightarrow Q(Z^2) = 0$

c)Déduis-en toutes les solutions de l'équation $P(Z) = 0$.

EPREUVE 18 Tle C

Contexte *: un championnat de mathématiques*

Un championnat de mathématique organisé à l'endroit des élèves de niveau terminale c a porté sur les notions d'arithmétique, les probabilités et l'étude d'une fonction f. L'un des supports de l'épreuve soumise aux apprenants contient les équations :

(E) :2688x+3024y=-3360 et (E') : 8x+9y+10 = 0 . Un autre contient dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ *, l'ensemble (π) des points M(x,y,z) tels que x+2y-z=-2 et 3x-y+5z=0 . il s'agit de déterminer entre autres ,l'ensemble* Ω *des points de (π) dont les coordonnées sont des entiers relatifs et , de trouver un entier n qui, divisé par 8 donne pour reste 1 et divisé par 5 donne pour reste 2 avec 3940<n<4000.*

Le meilleur prix à gagner, est un objet précieux (S') dont la nature et le volume seront à déterminer.Kio, un candidat à ce championnat, rêve de remporter le meilleur prix.

Tache *: Tu es invité à trouver des solutions aux préoccupations de Kio en résolvant les trois problèmes suivants.*

Problème 1

12) a- Justifie que les équations (E) et (E') sont équivalentes.

b- Résous dans$\mathbb{Z}^2$ l'équation (E').

13) a- Justifie que les coordonnées (x, y, z) des points de (π) vérifient (E').

b- Déduis-en l'ensemble Ω.

14) a- Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $8x$-$5y$=1.

b- Détermine le reste de la division euclidienne de n par 40.

c- Détermine l'entier n.

Problème 2

Le jour du test pour obtenir un numéro de table, chaque candidat doit procéder à trois tirages successifs et sans remise d'un jetons d'une boite contenant six jetons indiscernables au toucher numérotés de 1 à 6. $\alpha, \beta\ et\ \gamma$ désignent respectivement le premier, le deuxième et le troisième numéro obtenu par un candidat. Après le tirage, les participants sont appelés à résoudre l'équation $(E) : 715a - 440b = t$ dont l'inconnue est le couple d'entiers relatifs (a, b) ; t est un entier naturel dont l'écriture dans le système décimal est $\overline{1\alpha 2\beta\gamma}$.Brice un des participants a obtenu auxtirages les numéros 2,6 et 5 .

15) Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) correspondant aux tirages de Brice.

16) Trouve tous les triplets (α, β, γ) pour lesquels t est un multiple de 55.

17) a- Détermine la probabilité pour que (E) admette de solution dans $\mathbb{Z}^2$.

b-Détermine la probabilité pour que t soit un nombre pair.

18) Au fait, après le tirage les participants sont appelés aussi à résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $\alpha z^2 + \beta z + \gamma = 0$

d- Détermine la probabilité pour que (E') admette deux solutions réelles.

e- Détermine la probabilité pour que (E') admette une solution double.

f- Détermine la probabilité pour que (E') n'admette aucune solution réelle.

Problème 3

Le jour des résultats du test le nombre exprimé en dizaine , de parents d'élèves présents pour la circonstance est égal $\left|(h^{-1})'(-8-\sqrt{3})\right|$ où h est la fonction définie par :

h : $]-\infty,-1[\ \rightarrow\ ]-1,+\infty[\quad x \longmapsto h(x) = f(x)$

et f la fonction numérique de variable réelle définie par

$f(x) = x^3 - \sqrt{x^2-1}$ .On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé direct (O ;$\vec{u}, \vec{v}$).

19) Soit u la fonction définie par u(x)= $3x\sqrt{x^2-1} - 1$

d- Etude les variations de u

e- Démontre qu'il existe un unique réel α tel que u(x_0)=0 et que $1 < x_0 < 1{,}1$

f- Déduis-en le signe de u(x) pour tout x élément du domaine de définition de u.

20) a- Détermine l'ensemble de définition de f

b- Etudie la dérivabilité de f à gauche en -1 et à droite en 1 puis donne une interprétation des résultats obtenus.

21) a- Démontre que pour tout x élément de $]-\infty,-1[\ \cup\ ]1,+\infty[$,

$$f'(x) = \frac{xu(x)}{\sqrt{x^2-1}}$$

b- Achève l'étude des variations de f

22) a- Etudie les branches infinies de la courbe (C)

b- En prenant 1,1 comme valeur de x_0, construis la courbe (C).

c-Discute suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution de l'équation f(x)= m

23) a-Justifie que h est une application bijective et que sa bijection réciproque h^{-1} est dérivable sur $]-\infty, -1[$

b- On désigne par (C') la courbe de h^{-1} .Construis (C') dans le même repère que (C)

c-Démontre que le point A($-8-\sqrt{3}$,-2) appartient à (C')

g- Calcule $(h^{-1})'(-8-\sqrt{3})$ $puis$ déduis-en le nombre de parents présents le jour des résultats.

EPREUVE 19 Tle AB

<u>Contexte</u>

Une entreprise produit de l'huile d'arachide. Sur x milliers de litres d'huile produits, l'entreprise réalise un bénéfice $B(x)$ (en millions de francs) défini par $B(x) = -x^2 + 2x + 1 + ln(2x-1)$.

L'entreprise a émis deux préoccupations :

- Comment maximiser le bénéfice $B(x)$ réalisé sur la production de x milliers de litres d'huile.
- Comment minimiser le coût de production $C(x)$.

JAMES est stagiaire dans l'entreprise. Il s'est lancé le défi de rechercher des solutions à ces deux préoccupations. Malheureusement, il a rencontré des difficultés.

Tâche : Tu vas aider JAMES dans ses recherches, en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

1) Détermine l'ensemble de définition D de la fonction numérique B.

2) Justifie que :

$\lim_{\substack{x \mapsto \frac{1}{2} \\ >}} B(x) = -\infty$.

3) Démontre que pour tout $x \in D$, la fonction dérivée B' de B est définie par $B'(x) = \frac{2x(3-2x)}{2x-1}$.

4) a) Etudie le sens de variation de la fonction B.

b) Dresse le tableau de variation de B sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;4\right]$.

5) a) Justifie que la courbe (Γ) de B admet une asymptote (Δ) dont tu préciseras une équation cartésienne.

b) Recopie puis complète le tableau suivant :

x	1	$\frac{3}{2}$	3	4
$B(x)$				

c) Trace (Δ) et (Γ) dans un repère orthonormé du plan.

6) Détermine la quantité de litres d'huile d'arachide que l'entreprise doit produire pour maximiser le bénéfice. Donne une valeur approchée du bénéfice maximal.

Problème 2

JAMES a trouvé qu'en millions de francs, $C(x) = ax^2 + bx + c$; avec a, b et c des nombres réels. Il a précisé que, dans un repère du plan, la représentation graphique de ce coût passe par les points $K(0\,;2)$ et $L(2\,;2)$ et admet pour tangente en L , la droite dont une équation cartésienne est $y = 2x - 2$.

1) Démontre que : $a = 1$, $b = -2$ et $c = 2$.

2) Détermine le nombre de litres d'huile d'arachide pour lequel le coût de production est minimal. Précise ce coût minimal.

EPREUVE 20 Tle D

Contexte : Visite d'un jardin.

Pendant les congés de détente de février 2018, certains élèves des classes de terminale D du CEG le SUCCES ont visité le complexe touristique de Tado. Ce centre est constitué d'un jardin botanique et d'une salle de fête.

Dans le jardin on trouve plusieurs plantes médicales dont une en voie de disparition. Le jardin occupe un domaine ayant la forme d'un quadrilatère $ABCD$. La salle des fêtes est décorée sobrement mais de façon originale.

Lors du séjour dans le complexe touristique, Bignon un de ces élèves a voulu connaître la forme du jardin, le nombre de plantes de l'espèce en voie de disparition et avoir des explications sur la décoration de la salle des fêtes.

Le gérant lui a remis un document dans lequel on peut lire :

- L'unité de longueur est $50\ m$ et dans un repère orthonormé direct$(O;\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$du plan complexe les affixes z_A , z_B et z_C des sommets A, B et C sont les solutions de l'équation (E): $z^3-(3+5i)z^2+14iz+22+6i=0$,

$avec\ Re(z_A) < Re(z_B) < Re(z_C)$.

- Le sommet D a pour affixe z solution de l'équation $3z+\bar{z}-20-6i=0$.
- L'un des motifs de la décoration est contenu dans la courbe $(\mathcal{C})$ d'une fonction f.

Tâche : Tu es invité(e) à résoudre les problèmes ci – après afin de trouver des réponses aux préoccupations de Bignon.

Problème 1

1) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation :$z^2 - 4(1+i)z + 8 + 14i = 0$.
2) a) Résous (E) dans $\mathbb{C}$ sachant qu'une de ses solutions a son point image M qui appartient à la droite (Δ) : d'équation $y = -x$.

b) Démontre que $z_A = -1 + i$, $z_B = 1 + 5i$ et $z_C = 3 - i$.

3) a) Prouve que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

b) Détermine l'affixe du sommet D.

c) Détermine la nature du quadrilatère $ABDC$.

Problème 2

En réalité le nombre n de plantes de l'espèce en voie de disparition est l'image de 0 par H où H est la primitive sur $]-1\,.;\ +\infty[$ de la fonction h définie par : $h(x) = \frac{3x+4}{(x+1)^3} + \frac{5}{x+1}$ qui prend la valeur $\frac{71}{8} + 5ln2$ en 1.

4) Détermine deux nombres réels a et b tels que, pour tout $x \neq -1$, on ait

$$h(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3} + \frac{5}{x+1}\,.$$

5) Déduis – en la primitive H .
6) Détermine le nombre de plantes de l'espèce en voie de disparition.

Problème 3

Afin de mieux cerner les mystères de la décoration Bignon, retrouve dans le document remis par le gérant la fonction f de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2}\ si\ x \in\ ]-\infty, 1] \\ f(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{x} \qquad si\ x \in\ ]1, +\infty[\end{cases}$$

7) a) Justifie que l'ensemble de définition D_f de la fonction f est $[-1, +\infty[$.

b) Etudie la continuité de f en 1.

c) Etudie la dérivabilité de f en -1 et en 1, et donne une interprétation géométrique des résultats obtenus.

d) Déduis-en l'ensemble de dérivabilité de f.

8) Soit la fonction g définie par $g(x) = 2x^3 – 2x^2 – 1$

   a) Etudie le sens de variation de g sur $]1, +\infty[$

   b) Prouve que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique t dans $]1, +\infty[$ et vérifie que : $1,28 < t < 1,3$.

   c) Détermine le signe de g sur $]1, +\infty[$

   d) Justifie que $f(t) = \frac{2}{t} - t^2$ et que $-0,16 < f(t) < -0,07$.

9) a) Prouve que pour tout $x \in]1, +\infty[$ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ et que pour tout $x \in]-1,1[$, $f'(x) = \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{1-x^2}}$

b) Etudie le signe de f'(x) pour $x \in]-1,1[$

10) Achève l'étude des variations de f

11) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé

$(O ; \vec{\imath} , \vec{\jmath})$

   a) Etudie les branches infinies de (C)

   b) Trace (C).

EPREUVE 21 Tle C

Contexte

Pour les fêtes de nouvelles années 2019 un promoteur de bar de la ville a fait construire une tente ABCD complété par Σ son image par l'application $h \circ S$ qu'il décore aux couleurs de la fête par des guirlandes et des banderoles multicolores pour immortaliser le réveillon de 2019. Vu la forme bizarre de cette réalisation, son filsAzognon, élève en classe de terminale scientifique rapporte l'espace à un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$ dans lequel les coordonnées de quelques sommets sont A (1 ; -1 ; 2), B (2 ; 0 ; -2), C (-1 ; 1 ; 3) et D (0 ; -3 ; -1). On rappelle que S désigne la réflexion de plan (ABC), et h l'homothétie de centre A et de rapport$\frac{-2}{3}$. Travail de fou, Azognon voudrait compter le nombre de petits leds sur la guirlande lumineuse disposée le long de la salle de fête quand son papa lui souffla que sur la noticele nombre de leds est l'entier $N = x + y$ où (x ; y) représente l'une des solutions de l'équation (E): $37x - 239y = 2$. Il voulait aussi représenter la forme de deux banderoles de décoration qui l'a émerveillée.

Tache Tu vas aider Azognon dans la résolution de ses préoccupations en résolvant les trois problèmes ci-dessous.

Problème 1

1) Démontre que les points A, B et C détermine un unique plan (P) dont on déterminera une équation cartésienne.
2) Justifie que $ABCD$ est un tétraèdre.

   a- Détermine les coordonnées du sommet D' image du point D par S.

b- Détermine la nature deΣ puis calcule le volume d'un réservoir ayant la forme de Σ .

3) Détermine une équation cartésienne de l'image (P') du plan (P) par

$$h \circ S$$

Problème 2

Le nombre de leds sur la guirlande lumineuse est telle que $x\ et\ y$ sont premiers entre eux et $1500 < x < 2000$.

4) a) Déterminer un couple (u,v) d'entiers relatifs tels que $37u - 239v = 1$

b) En déduire l'inverse de 37 dans $\mathbb{Z}/_{239\mathbb{Z}}$

c) Résous dans $\mathbb{Z}/_{239\mathbb{Z}}$ l'équation $\dot{37}x - \dot{2} = \dot{0}$ d'inconnue x.

5) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) d'inconnue (x,y)

6) On pose $A = 239n + 142\ et\ B = 37n + 22$ où $n \in IN$

a) Démontre que $pgcd(A\,,B\,) = pgcd\,(\,B\,,4\,)$

b) Déduis-en les entiers naturels n pour que A et B soient premiers entre eux.

c) Détermine le nombre de leds lumineux sur la guirlande.

Problème 3

Zossou est surtout émerveillé par le raccordement de deux banderoles dont la forme obtenue est une portion de la courbe (C) dans un plan muni d'un repère orthonormé$(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$d'une fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \sqrt{-x-1} & si\ x \in\ ]-\infty;-1] \\ f(x) = \dfrac{(x+1)\ln(1+x)}{x} & si\ x \in\ ]-1;0[\cup]0;+\infty[\\ f(0) = 1 & \end{cases}$$

7) Etudier la continuité et la dérivabilité de f au point $x_0 = -1$.

8) a) Ecrire le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \ln(1+x)$.

b) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

9) a) Etudie les variations de la fonction g définie par

$$g(x) = x - \ln(x + 1)$$

b) Déduis-en le signe de $g(x)$.

10) a- Achever l'étude des variations de f.

b- Etudie les branches infinies de la courbe (C).

11) a) Démontre que f admet une bijection réciproque f^{-1}

b) Détermine l'équation de la tangente (Δ) à la courbe (C') de f^{-1} au point d'abscisse 1

12) Construis la droite (Δ) et les courbes (C) et (C') dans le même repère.

EPREUVE 22 Tle C

<u>Contexte</u> : Le reboisement dans la ville de BOUGA

Le reboisement est l'un des projets entrepris par le maire de BOUGA. Il décide de reboiser sur un domaine dont la surface varie en fonction des capacités dont-il dispose. Elle est évaluée à $\boldsymbol{S(x) = 4xlnx}$ où $\boldsymbol{ln}$ est le logarithme de Neper et $\boldsymbol{x}$ est donné en unité de longueur. Les plants seront arrosés facilement par un cour d'eau traversant le domaine choisi par M. le maire. Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, ce cour d'eau a la même allure que la courbe de la fonction f_1^{-1} avec f_1 définie par : $\begin{array}{rl} f_1 : \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right] & \longrightarrow [-2; 4] \\ x & \longmapsto 1 + 3sin(2x) \end{array}$ alors que l'évolution des plants si elle est normale elle aura les même variations que la fonction $\begin{cases} f(x) = \frac{4xlnx}{x+1} & si\ x > 0 \\ f(0) = 0 & \\ f(x) = \frac{x}{1-x+ln(-x)} & si\ x < 0 \end{cases}$. Le nombre de personnes au minimum pour l'entretien est le PGCD de $10^{11} - 1$ et $10^{24} - 1$.

Jean en terminale C voudrait bien connaître le nombre minimal de personnes pour l'entretien, donner l'allure du cour qui traverse le domaine et étudier aussi l'évolution des plants.S

<u>Tâche :</u> Tu es invité à aider Jean à travers la résolution des trois problèmes suivants :

<u>Problème1</u>

On considère l'équation (E): $\boldsymbol{11n - 24m = 1\ (n; m) \in \mathbb{Z}^2}$.

1. a) Démontre que cette équation admet au moins une solution dans $\mathbb{Z}$.

b) Détermine une solution particulière de cette équation.

c) Détermine l'ensemble des solutions de cette équation.

2. On recherche le PGCD de $10^{11} - 1$ et $10^{24} - 1$

a) Démontre que 9 divise $10^{11} - 1$ et $10^{24} - 1$

b) $\boldsymbol{(n; m)}$ désignant un couple quelconque d'entiers naturels solutions de (E), démontre que l'on peut écrire :$(10^{11n} - 1) - 10(10^{24m} - 1) = 9$

c) Démontre que $10^{11}-1$divise $10^{11n}-1$. On rappelle l'égalité $a^n-1=(a-1)(a^{n-1}+a^{n-2}+\cdots+a+1)$. Déduis qu'il existe deux entiers naturels N et M tels que : $(10^{11}-1)\mathrm{N}-(10^{24}-1)\mathrm{M}=9$.

d) Démontre que tout diviseur commun de $10^{11}-1$ et $10^{24}-1$ divise 9.

e) Déduis des questions précédentes le nombre minimal de personnes pour l'entretien.

Problème2

3. Démontre que f_1 est une bijection.
4. Détermine l'ensemble de dérivabilité D de f_1^{-1}.
5. a) Etudie la dérivabilité en -2 et en 4 puis donne les interprétations géométriques aux résultats obtenus.

b) Exprime $(f_1^{-1})'(x)$ pour tout $x\in\mathrm{D}$.

c) Dresse le tableau de variation de f_1^{-1}.

Problème3

Pour l'étude de l'évolution des plants, Jean est bien informer que l'une des paramètres indispensables est la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $\mathrm{g}(x)=x+1+lnx$

A/

6. Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variation .
7. a) Démontre que l'équation $\mathrm{g}(x)=0$ admet une solution unique $\propto$ et que $\propto\in]0{,}27;0{,}28[$.

b) Déduis le signe de $\mathrm{g}(x)$ suivant les valeurs de x.

8. On considère la fonction h telle que $h(x)=\mathrm{g}(|x|)$;

a) Détermine le domaine de définition de h.

b) Démontre que la courbe (C_h) de la fonction h est la réunion de deux courbes symétriques dont on précisera l'axe de symétrie.

c) Déduis le signe de $h(x)$ suivant les valeurs de x.

B/

On estime la surface d'un pied à $S_1(x)=(x+1)u.a$

9. Détermine en fonction de x, le nombre de plants correspondant à la surface $S(x)$.

10.a) Démontre que f est continue en 0.

b) Etudie la dérivabilité de f en 0.

11. Détermine les limites f aux bornes de son domaine de définition.

12. a) démontre que $f(\propto) = 4\propto$

b) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation .

C/ Soit (C) la courbe de f et (T) sa tangente au point d'abscisse 1 et la fonction

$\varphi(x) = f(x) - 2(x-1)$

13. a) Donne une équation de (T) ;

b) Démontre que $\varphi''(x) = f''(x) = \frac{4k(x)}{(x+1)^2}$, où k est une fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :

$k(x) = -x + \frac{1}{x} - 2lnx$.

c) Calcule $k'(x)$ et déduis le sens de variation de k. Calcule $k(1)$ et déduis le signe de $k(x)$, puis le signe de $\varphi''(x)$.

d) Donne le sens de variation de φ', le signe de $\varphi'(x)$, le sens de variation de φ et le signe de $\varphi(x)$.

e) Conclure sur la position de (C) par rapport à (T) sur $]0;+\infty[$.

14. Trace la courbe (C) et la tangente (T) (*unité graphique 2cm et* $\propto \approx 0{,}28$)

EPREUVE 23 Tle AB

<u>CONTEXTE :</u> L'égrenage du coton

Dans le souci de sauver la campagne cotonnière de cette année dans sa commune, le maire de HONTA veut faire tracer des pistes rurales pour le ramassage du coton de sa commune.

Le coton égrené est stocké dans un grand magasin dont la clôture de forme rectangulaire a une aire de $10000m^2$ et dont le périmètre en mètre, est le nombre entier d'écriture $\overline{4ab}$ en base 10.

Camélia, fille en terminale littéraire veut connaître les dimensions du magasin et tracer l'itinéraire de l'une des nouvelles pistes dont le tableau des variations ci-après donne l'allure.

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	‖	$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$ $-\infty$	‖ $+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

<u>Tâche</u> : Tu vas résoudre les problèmes suivants pour aider Camélia à assouvir sa soif de connaissances .<u>Problème1</u>

Pour déterminer la fonction associée à ce tableau, l'architecte a considéré la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$. Ou a, b et c sont des constante réelles.

1. D'après le tableau de variation, détermine $f(-1)$ et $f(3)$.
2. a. Détermine les nombres réels a, b et c pour que la droite d'équation $y = x$ soit asymptote à la courbe représentative (C) de f au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$.

b. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, trace la courbe (C) de f pour $= 1$, $b = -1$ et $c = 4$.

3. Justifie que f présente un minimum que tu préciseras.

<u>Problème2</u>

Des informations complémentaires, le périmètre du magasin est un multiple de 2 et de 5. De plus, les nombres a et b sont consécutifs. On désigne respectivement par L et par l la longueur et la largeur de la clôture du magasin

4. Détermine le périmètre du magasin

5. a) Justifie que L et l vérifient $\begin{cases} L + l = 205 \\ L \times l = 10000 \end{cases}$.

b) Déduis que L et l sont solutions de l'équation $x^2 - 205x + 10000 = 0$

6. Détermine les dimensions de la clôture du magasin.

EPREUVE 24 Tle AB

Contexte d'évaluation

Vidia est une entreprise de la place spécialisée dans la fabrication des tables et chaises d'école. Dans son processus de fabrication, deux types de madriers sont utilisée dont certains nombres x et y respectifs des deux types de madriers sont solutions du système

$\begin{cases} x + y = 26 \\ \end{cases}$

$2x - y = 10$

Le chemin suivi pour le transport des madriers est assimilable à l'allure de la courbe (C) d'une fonction numérique f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J)

D'autres études ont permis de savoir que le code d'accès du coffre des documents secrets de l'entreprise est 230 en base t (avec $t \geq 2$).

Le directeur commercial de cette entreprise est préoccupé d'une part à l'écriture décimale du code d'accès et la détermination des nombres x et y des deux types de madriers et d'autre part à l'étude des variations de la fonction numérique f.

Tâche : Tu aideras le directeur commercial en résolvant les problèmes ci-après

Problème 1

1- a) Justifie que l'expression du nombre entier naturel écrit 230 en base t est $2t^2 + 3t$.

b) Détermine t sachant que ce nombre est 152 en base 10.

2- Ecris le nombre 152 dans le système binaire

3- a) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équation

$$\begin{cases} x + y = 26 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

b) Déduis-en les solutions du système d'équation

$$\begin{cases} e^{x} + \ln y = 26 \\ 2e^{x} - \ln y = 10 \end{cases}$$

Problème 2

L'allure de la courbe (C) est celle de la fonction numérique f de IR $\to$ IR définie par $f(x) = -2x + 1 + e^{x}$. Pour réussir l'étude des variations de f, le directeur commercial doit suivre certaines étapes. Pour cela :

4- Justifie que le domaine de définition D de f est R

5- Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

6- a) Justifie que f (x) = X $\left(-2+\frac{1}{x}+\frac{e^x}{x}\right)$

b) Déduis-en que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

7- a) Calcule f' (x) pour tout x de IR

b) Déduis-en le sens de variation de f.

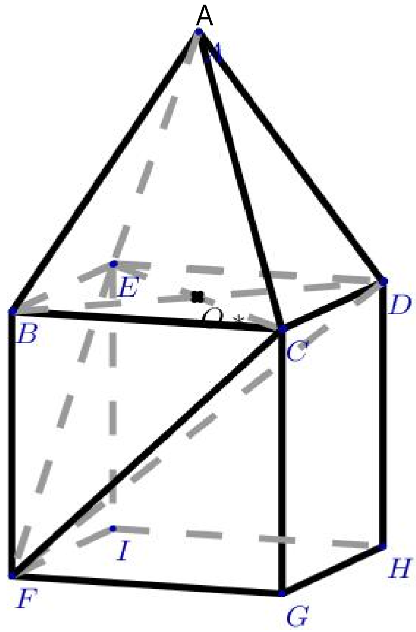
c) Calcule f (ln2) et dresse le tableau des variations de f.

8- Démontre que la droite (Δ) : y = - 2x +1 est une asymptote à la courbe (C) de f à un voisinage à préciser.

EPREUVE 25 Tle D

<u>Contexte</u> Construction d'une tour de contrôle

Zokpon, un colonel de l'armée de l'air décide construire une tour de surveillance pareille à celle qui se trouve dans le camp militaire où il travaille pour sécuriser sa villa et son jardin botanique de campagne éloignée de toute habitation. Cette tour aura la forme d'un cube BCDEFGHI surmonté d'une pyramide régulière ABCDE entièrement en vitre incassable, sauf la base BCDE qui est un carré de centre O tel que $OA = \frac{2}{3}GC$ et portant en son sommet A un projecteur motorisé et tournant pour la surveillance totale. Il se confie à sa fille Falonne élève en classe de terminale scientifique qui, à l'observation rapporte l'espace au repère orthonormé direct



$\left(I\,;\overrightarrow{IF}\,,\,\overrightarrow{IH}\,,\overrightarrow{IE}\right)$ l'unité de longueur est le dam pour y faire une figure détaillée afin de chiffrer approximativement les dépenses en vitre à son père qui lui avait confié que le mètre carré de la vitre utilisée coûte 15000F cfa. Il a prévu transformer la partie EFCD du bas de la tour en un réservoir d'eau afin de contrôler le problème de coupure intempestive d'eau et d'assurer l'arrosage régulière de son jardin. Aussi le tuyau de drainage serait fixé au point K qui est le projeté orthogonal du point G sur le plan(CDF).Falonne voudrait déterminer le montant des vitres à acheter, le volume d'eau qu'on peut stocker dans ce réservoir et surtout le trajet qui sépare le jardin de la tour et l'aire du jardin vert.

Problème 1

1) Détermine les coordonnées des points G ; B ; C ; D et A.
2) Démontre que les droites (AE) et (OG) sont sécantes en un point J dont tu préciseras les coordonnées.
3) a) Calcule l'aire de la face ACD.

b) Détermine le montant à réserver pour les vitres.

4) a) Détermine une équation cartésienne du plan (CDF)

b) Vérifie si le point E appartient à (CDF) et déduis-en la forme du réservoir d'eau.

c) Détermine les coordonnées du point K.

5) Calcule la quantité maximale d'eau que peut contenir ce réservoir.

Problème 2

Pour règlementer l'accès à cette tour, trois piquets L M et N sont implantés pour fixer un grillage de sécurité de la zone. Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O;\ \overrightarrow{e_1}\,;\overrightarrow{e_2}\,)$ Les affixes de ces trois points sont les solutions de l'équation

$P(z) = 0$, où $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - 2i)z^2 + (-5 + i\sqrt{3})z - 8i$avec$z \in \mathbb{C}$.

6) Démontre que $P(z)$ admet une racine imaginaire pure ib que tu détermineras.

7) a- Résous l'équation $z^2 + (\sqrt{3} - 3i)z - 8 = 0$dans $\mathbb{C}$.

b- Résous l'équation $P(z) = 0$dans $\mathbb{C}$.

c- Déduis-en les coordonnées des points L ; M et N sachant que

$$Re(z_L) < Re(z_M) < Re(z_N)$$

8) a- Représente les points L ; M et N puis démontre que le triangle LMN est rectangle.

b-Détermine une équation cartésienne du cercle (Γ) circonscrit au triangle LMN.

<u>Problème 3 :</u>

Le trajet de la conduite d'eau pour accéder au jardin est une partie d'une courbe (C') qui, dans le repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$ du plan est le symétrique par rapport à la droite d'équation $(D)\colon y = x$ d'un partie de la courbe (C) de la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x+1)-x}{x} & si \quad x \in]0\,;+\infty\,[\\ f(x) = e^{-x} - 1 + x & si \quad x \in]-\infty\,;0\,] \end{cases}$.

Ce jardin vert est limité par la courbe (C) la droite$(D)\colon y = x$ et les droites d'équations $x = -1\ et\ x = 0$. On considère la fonction g définie sur $]-1\,;+\infty\,[$ par $g(x) = x - (x+1)\ln(x+1)$.

PARTIE A

9) a) Calcule les limites de g en $+\infty \quad et \quad en\ -1$.

b) Etudie les variations de la fonction g.

c) Déduis-en le signe de $g(x\,)$ sur $]0\,;+\infty\,[$.

PARTIE B

10) a)Détermine le domaine de définition D de f puis détermine les branches infinies à la courbe (C) de f.

b) Détermine le développement limité d'ordre 3 en 0 de la fonction $x \longmapsto \ln(x + 1)$.

c) Etudie la continuité et la dérivabilité de f en 0. Interprète le résultat puis nomme le point d'abscisse 0.

11) a) Détermine l'ensemble de dérivabilité D' de f puis démontre que

$$\forall \ \boldsymbol{x} \in]\, \mathbf{0} \, ; +\infty \, [\quad \boldsymbol{f'(x)} = \frac{\boldsymbol{g(x)}}{\boldsymbol{x^2(x+1)}}$$

b) Achève l'étude des variations de f.

d) Représente (C).

12) Soit g l'application définie par $\begin{array}{l} g :]-\infty ; 0\,] \longrightarrow f(]-\infty ; 0\,]) \\ \quad x \ \longmapsto \ f(x) \end{array}$

a) Démontre que g admet une bijection réciproque g^{-1} puis précise l'ensemble de . dérivabilité de g^{-1}

b) Calcule $g(-1)$ puis déduis-en l'équation de la tangente au point d'abscisse $e-2$ à la courbe (C').

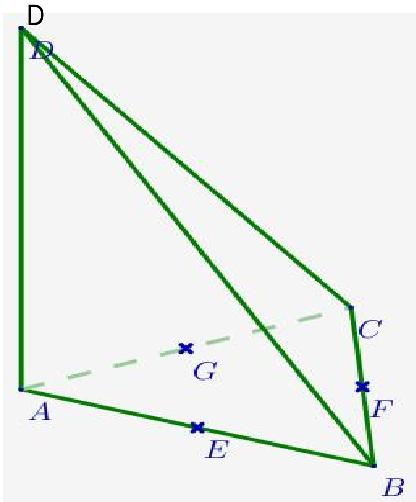
c) Construis (C').

13) Calcule l'aire du jardin vert.

EPREUVE 26 Tle C

Contexte:

Effort, est un technicien agronome fit construis dans son jardin pour ses recherche personnelles une cabane ayant la forme d'un tétraèdre ABCD dont les faces ABC, ACD et ABD sont des triangles rectangles et isocèles en A. Il fixe solidement cette cabane au points E, F et G milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA]. On se place dans le repère orthonormé direct $(A\ ;\ \overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC}\ ;\ \overrightarrow{AD}\ )$ de l'espace orienté.



Au point H projeté orthogonal de A sur la droite (DF) est suspendue une tige métallique pour la lampe d'éclairage de la cabane. (Δ) est la droite passant par A et perpendiculaire à (DF) et (Δ') la parallèle à (BC) et passant par H. En un point N de (DF) tel que $\overrightarrow{DN} = t\,\overrightarrow{DF}$ où t un réel et $\propto$ la mesure en radian de l'angle géométrique $\widehat{ENG}$ est fixé une plaque métallique portant l'inscription « accès interdit » ; Γ l'ensemble des points M de l'espace tel que $MB^2 + MC^2 + MD^2 = 5\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ et

$\Gamma' = S(\Gamma)$ où $S = S_{(DF)} o S_{(\Delta)}$, $S_{(DF)}$ et $S_{(\Delta)}$ étant des demi-tours d'axes (DF) et (Δ) est réservé pour la conservation des graines expérimentales.

Effort décompte dans Γ' un nombre N de graines compris entre 80 et 120 ; et lorsqu'il compte ces graines par des groupes de 12 ou 9 , il lui reste à chaque fois 5 graines.

Effort voudrait la forme et le volume de Γ' pour y savoir le nombre de graines, la position et le nombre des piquets et surtout la forme du trajet vers le labo et l'aire du jardin vert restant.

<u>Tâche</u> : Pour aider Effort, tu es invité (e) à mettre en valeur quelques-unes de tes connaissances en mathématiques en résolvant les trois problèmes ci-après.

<u>Problème 1</u>

1- a) Détermine les coordonnées des points D et F.
b) Calcule les coordonnées du point H.

c)Détermine une représentation paramétrique de la droite (Δ)

2- a) Démontre que $NE^2 = \frac{3}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + \frac{5}{4}$
b) Démontre que le triangle ENG est isocèle en N

c) En admettant que $NE^2 = \frac{5}{24}$ démontre que $sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

3- a) Détermine la nature et l'élément caractéristique de S

b) Détermine la nature de Γ

c) Détermine la nature et le volume $de\ \Gamma'$

Problème 2

Pour empêcher l'accès de la zone de recherche à ses enfants, il érige des piquets au points M(x ; y ; z) où x, y et z sont des entiers relatifs de la ligne (Γ) définie par le système $\begin{cases} x + 2y - z = -2 \\ 3x - y + 5z = 0 \end{cases}$ pour y mettre de grillage de sécurité. Soit l'équation

$(E)\colon 2688x + 3024y = -3360$ où x et y étant des entiers relatifs

4- a) Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E).

a) Démontre que les coordonnées (x ;y ;z) des positions M des piquets vérifient l'équation (E).

b) Déduis-en les coordonnées des points M.

5- Dans cette question on pose $x = 9k + 1\ et\ y = -8k - 2\ (k \in \mathbb{Z})$ et on désigne par δ le pgcd de x et de y.

a) Démontre que tout diviseur $d\ de\ \ x\ et\ \ y$ est un diviseur de 10.

b) Détermine les valeurs possibles de δ.

c) Détermine les couples $(x\,;y)\ tel\ que\ pgcd(x\,;y) = 10$.

6- Détermine N

Problème 3 :

Le trajet pour accéder au labo est une partie d'une courbe (C′) qui, dans le repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$ du plan est le symétrique par rapport à la droite d'équation $(D)\colon y = x$ d'une partie de la courbe (C) de la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x+1)-x}{x} & si\ \ x \in]0\,;+\infty[\\ f(x) = e^{-x} - 1 + x & si\ \ x \in]-\infty\,;0] \end{cases}$. Le petit jardin vert restant est limité par la courbe (C) la droite$(D)\colon y = x$ et les droites d'équations $x = -1\ et\ \ x = 0$. On considère la fonction g définie sur $]-1\,;+\infty[$ par$g(x) = x - (x+1)\ln(x+1)$.

PARTIE A

7- a) Calcule les limites de g en $+\infty\ \ \ et\ \ en\ -1$.

b) Etudie les variations de la fonction g.

c) Déduis-en le signe de $g(x)$ sur $]0\,;+\infty[$.

PARTIE B

8- a)Détermine le domaine de définition D de f puis détermine les branches infinies à la courbe (C) de f.

b) Détermine le développement limité d'ordre 3 en 0 de la fonction $x \longmapsto \ln(x+1)$.

c) Etudie la continuité et la dérivabilité de f en 0. Interprète le résultat puis nomme le point ainsi obtenu.

9- a) Détermine l'ensemble de dérivabilité D' de f puis démontre que

$$\forall\ \boldsymbol{x} \in]\,\mathbf{0}\,;+\infty[\quad \boldsymbol{f'(x)} = \frac{\boldsymbol{g(x)}}{\boldsymbol{x^2(x+1)}}$$

b) Achève l'étude des variations de f.

d) Représente (C).

10- Soit g l'application définie par $\begin{array}{l} g :]-\infty; 0\,] \longrightarrow f(]-\infty; 0\,]) \\ \quad\quad x \ \longmapsto \ f(x) \end{array}$

a) Démontre que g admet une bijection réciproque g^{-1} puis précise l'ensemble de . dérivabilité de g^{-1}

b) Calcule $g(-1)$ puis déduis-en l'équation de la tangente au point d'abscisse $e-2$ à la courbe (C').

c) Construis (C').

11- Calcule l'aire du jardin vert.

EPREUVE 27 Tle AB

<u>Contexte</u> : Les difficultés de Gounou

Issa est un géomètre réputé de la région N'DALI. Il a la lourde charge de recaser plusieurs domaines. Son fils Gounou, élève en classe de terminale littérale, décide de l'aider. Il lui donne pour s'entrainer la fonction f, les équations et inéquations suivantes utilisées sur un domaine semblable.

Les équations et inéquations :

$$(E_1): (\ln x)^2 + \ln x - 2 = 0$$

$$(E_2): e^{-2x+1} - 3 = 0$$

$$(E_3): 2e^{2x} + 3e^{x} - 2 = 0$$

$$(I_1): 1 - e^{-3x+1} \geq 0$$

(I_2): $(0,8)^n > \frac{1}{2}$ où $\boldsymbol{n}$ est un nombre entier naturel.

La fonction f définis sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x + e^{1-x}$

Suite à cet entrainement Issa demande à son fils de lui faire une proposition sur papier du dessin de la voie principale qui devra traverser le domaine. Cette voie est assimilée à la courbe représentative de la fonction f. Gounou répondit qu'il n'est pas certain de pouvoir bien exécuter cette tâche car il a oublié quelques étapes de l'étude d'une fonction.

Tâche : Tu vas aider Gounou à réussir ce dessin en résolvant les problèmes suivants :

Problème1

1) Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations et inéquations (E_1); (E_2) ;(E_3) ;(I_1) et (I_2).
2) Justifie que l'ensemble de définition de f est $[0 ; +\infty[$.

Problème2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). (Ɛ) désigne la courbe représentative de f.

3) a) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$et $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$)

b) Déduis-en que (Ɛ) admet une asymptote oblique dont on donnera une équation.

4) Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $1 - e^{-x+1} \geq 0$.
5) a) Détermine la dérivée f' de la fonction f

b) Déduis le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

EPREUVE 28 Tle AB

<u>Contexte</u> : Le projet d'achat de moto

Gnomi est un brillant élève en classe de seconde. Pour l'encourager son père décide de lui offrir une moto dès l'obtention de son baccalauréat. A cet effet, à la fin d'année **2016** le père a fait un placement de **295 000 francs CFA** à un intérêt compose au taux annuel de **10%**. On désigne par $\mathbf{U_0}$ son avoir à la fin de l'année **2016** et par $\mathbf{U_n}$ celui de la fin de l'année **(2016 + n)** où n est un entier naturel. Sachant que la moto coûte **350 000 francs CFA**, le père vaudrait savoir si son objectif pourrait être atteint.

Sur la carte bancaire du père de Gnomi sont inscrits deux codes : $\mathbf{A} = \overline{\mathbf{11100111}}^{2}$ **et B = 42**$\boldsymbol{\varkappa}$**5** ($\varkappa$ est un entier naturel).

<u>Tâche</u> : Tu vas résoudre les deux problèmes suivants afin de répondre à la préoccupation du père de Gnomi.

Problème 1

1) Justifie que, pour tout entier naturel n, on a : $\mathbf{U_{n+1} = 1.1\, U_n}$.

a- Justifie que la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de terme général U_n est une suite géométrique dont tu préciseras le premier terme de la raison.

b-Exprime U_n en fonction de **n**.

2) a- Calcule le deuxième et le troisième terme de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

b- On suppose que le coût de la moto reste constant jusqu'en 2019. Le père de Gnomi peut-il lui offrir la moto avec son avoir épargné à la fin de l'année 2018 ?

3) a- Ecris le nombre A dans le système décimal.

b- Détermine le nombre x pour que B soit divisible par 3 mais pas par 9.

4) Démontre par récurrence que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à **3,**$\mathbf{n^2 > 2n + 1}$.

Problème 2

1-Précise le domaine de définition D de g.

2-Donne les limites de g aux bornes de D puis précise la ou les asymptote (s) à la courbe représentative (C_g)

3-On précise que $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$

a) Calcule $g'(x)$; g' étant la fonction dérivée première de g.
b) Construis la courbe (c_g) dans un repère orthonormé (0, I, J)
c) Justifie que $g(x) = 2 - \frac{5}{x+1}$ puis déduis les positions relatives de (C_g) et la droite (Δ) d'équation : y = 2.

EPREUVE 29 Tle AB

Contexte :

Bio est un opérateur économique de l'arrondissement de Toui, sa richesse se traduit par la fonction f définie par :

f : [3 ; +∞ [$\rightarrow$ $\mathbb{R}$

$x \mapsto \frac{x^2-5x+10}{x-3}$ où x est le nombre d'année de travail.

Adjokè, fille de Bio est une élève en classe de Terminale littéraire au CEG-Toui. Surprise de l'expression de la richesse de son père, décide d'étudier cette fonction afin d'être située sur la fortune de son père mais éprouve des difficultés puis sollicite ton aide.

Tâche : Tu es invité(e) à résoudre les problèmes suivants afin d'aider Adjokè.

Problème 1 (T^{le} A_1 et T^{le} A_2)

1) a- Justifie que le domaine de définition de f est D =] 3 ; + ∞ [.

b- Calcule les limites aux bornes de D.

2) a- Justifie que pour tout $x \in$ D ; $f'(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$.

b- Etudie les variations de f sur D.

c-En quelle année de travail la richesse de Bio a-t-elle atteint un niveau minimal ? Justifie ta réponse.

3) a- Détermine les réels a ; b et c telle que f(x) = ax + b + $\frac{c}{x-3}$

b- Déduis-en que la droite (Δ) d'équation x-2 est une asymptote à la courbe (C). Tu préciseras le type d'asymptote.

4) Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe ($C_{f.}$) de f au point d'abscisse $x_0 = 2$.

5) Construis soigneusement (Δ) et ($C_{f.}$).

Problème 2 (T^{le} A_2 uniquement)

Adjokè s'intéresse à présent aux contraintes liées au partage de l'héritage. Ces contraintes sont données par les fonctions suivantes : g(x) = ln ($\frac{x+1}{x-1}$) ; et h(x) = x ln (-x).

6) Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions g et h puis détermine leurs expressions dérivées.

7) Résous dans ℝ les équations suivantes :

ln (x-2) = 0 et ln (x-3) = 2ln x.

Problème 3 (T^{le} A_1 uniquement)

Soit la fonction h de]0 ; + ∞[vers ℝ définie par h(x) = x + $\frac{1}{x}$

8) Détermine la dérivée h' de h.

9) Etudie les variations de h.

EPREUVE 30 Tle AB

<u>Contexte</u> : Le projet d'achat de moto

Gnomi est un brillant élève en classe de seconde. Pour l'encourager son père décide de lui offrir une moto dès l'obtention de son baccalauréat. A cet effet, à la fin d'année **2016** le père a fait un placement de **295 000 francs CFA** à un intérêt composé au taux annuel de **10%**. On désigne par $\mathbf{U_0}$ son avoir à la fin de l'année **2016** et par $\mathbf{U_n}$ celui de la fin de l'année **(2016 + n)** où n est un entier naturel. Sachant que la moto coûte **350 000 francsCFA**, le père vaudrait savoir si son objectif pourrait être atteint.

Sur la carte bancaire du père de Gnomi sont inscrits deux codes : $\mathbf{A = \overline{11100111}^{2}}$ **et B = 42$\varkappa$5** ($\varkappa$ est un entier naturel).

<u>Tâche</u> : Tu vas résoudre les deux problèmes suivants afin de répondre à la préoccupation du père de Gnomi.

<u>Problème 1</u>

1) Justifie que, pour tout entier naturel n, on a : $\mathbf{U_{n+1} = 1.1\ U_n}$.

a- Justifie que la suite numérique $\mathbf{(U_n)_{n \in \mathbb{N}}}$ de terme général $\mathbf{U_n}$ est une suite géométrique donttu préciseras le premier terme de la raison.

b-Exprime $\mathbf{U_n}$en fonction de **n**.

2) a- Calcule le deuxième et le troisième terme de la suite $\mathbf{(U_n)_{n \in \mathbb{N}}}$.

b- On suppose que le coût de la moto reste constant jusqu'en 2019. Le père de Gnomi peut-il lui offrir la moto avec son avoir épargné à la fin de l'année 2018 ?

3) a- Ecris le nombre A dans le système décimal.

b- Détermine le nombre $\varkappa$ pour que B soit divisible par 3 mais pas par 9.

4) Démontre par récurrence que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à **3,n^2> 2n + 1.**

Problème 2

Dans la salle d'attente de la banque se trouve un écran sur lequel défile une bande publicitaire qui décrit l'allure de la courbe représentative de la fonction f définie de R vers R par : f(x)=ln(2x+1), de domaine de définition D .

5-a) Justifie que D=]$-\frac{1}{2}$;   [.

b) Détermine les limites de f aux bornes de D.

6-) Etudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation .

7-a°) Reproduis et complète le tableau suivant (donne le résultat sous forme de nombres décimaux d'ordre1).

x	**-0 ,25**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
f(x)							

b-) Dans un repère orthonormé (O, I,J), construis la courbe représentative de la fonction f.

EPREUVE 31 Tle AB

<u>CONTEXTE</u> : Gestion d'une station service

Dans le souci de diversifier ses activités, l'opératrice économique Rosalie a ouvert une station de vente de produits pétroliers. Selon une estimation du gestionnaire comptable de la station,l'opposé de $\boldsymbol{x}$ francs de produits vendus génèrent un bénéfice modélisé par la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par f **$(x) = (x+1)e^{-x}$** .

La station est restée florissante depuis plusieurs années mais actuellementMonique s'inquiète et se préoccupe de tout savoir sur sa rentabilité et viabilité. Pour cela, elle décide de faire contrôler la gestion de la station par un auditeur qui devra travailler pendant ***T_0 = 32887*** secondes.

Par ailleurs pour se rendre à la station, Monique emprunte un chemin dont l'allure est la représentation d'une fonction g.

Uriel, l'un des enfants de Monique, en classe de terminale littéraire, fait siennes certaines préoccupations de sa mère.

<u>Tache :</u> Tu es invité (e) à aider Uriel en résolvant les problèmes suivants.

<u>Problème 1</u>

1 a) Détermine l'ensemble de définition D de f.

b) Calcule les limites de f aux bornes de D

c) Déduis-en que la courbe représentative (C) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) admet une asymptote dont tu préciseras l'équation.

2- a) Prouve que pour tout élément x de D, $f'(x) = -xe^{-x}$

b) Etudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

c) Complete le tableau suivant dans lequel tu donneras l'arrondi d'ordre 1 de $f(x)$.

x	$\frac{-3}{2}$	-1	1
$f(x)$			

d) Construis la courbe représentative (C) de f dans le plan muni du repère (O, I, J)

3- a) Ecris T_o en base 60

b) Déduis-en, en heure, minute et seconde, la durée de travail de l'auditeur.

Problème 2

La fonction g est définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$

1) Justifie que l'ensemble de définition D de g est : D = $]0; +\infty[$
2) Calcule les limites de g aux bornes de D
3) Démontre que, pour tout x élément de D on a :

$g'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$, où g' désigne la fonction dérivée de g.

4) Etudie le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x.
5) Dresse le tableau de variation de la fonction g.

EPREUVE 32 Tle AB

Contexte : Production de la culture de maïs.

Pour booster la production de maïs de la région de GANGO, il est prévu des prix pour les trois meilleurs producteurs. Ces sont exprimés en million de francs CFA.

- Le premier prix est la somme des solutions du système :

$$(S)\begin{cases} e^{2x} - e^{40} = 0 \\ \ln(y - 24) = 0 \end{cases}$$

- Le second prix est $\overline{101100}^2$ (écriture en base deux)
- Le troisième prix est $f(0)$ où est la fonction numérique de variable réelle définie par $f(x) = \frac{e^x+2}{x+1}$.

Par ailleurs, pour être sélectionné, il faut disposer d'une aire de surface au moins égale à M milliers d'hectares. (M étant un nombre réel strictement positif).

Jonas, un élève en classe de Tle A2B, veut décoder ces informations afin d'aider son père qui ambitionne gagner le premier prix.

Tâche : tu vas jouer le rôle de Jonas en résolvant les problèmes suivants.

Problème : 1

1-

a) Ecris $\overline{101100}^2$ en base 10.

b) Déduis la valeur du deuxième prix.

2- Détermine la valeur du premier prix et du troisième prix.

Problème : 2

Selon certaines informations complémentaires, M serait le maximum de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$.

3- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + 1 = 0$.

4-

a) Détermine l'ensemble de définition $Ddeg$.

b) Calcule les limites de g aux bornes de D puis déduis-en les asymptotes à la courbe représentative de la fonction g.

5- Calcule $g'(x)$ puis déduis-en le sens de variation de g.

6- Dresse le tableau de variation de g puis détermine la valeur de l'aire maximale.

7- Trace la courbe représentative de la fonction g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.($\acute{e}chelle\ 1cm pour\ 2cm$)

EPREUVE 33 Tle D

<u>Contexte</u> : Salle de spectacle.

La mairie de Ton dispose d'une salle de spectacle qui est constituée de deux compartiments essentiels : un compartiment pour les spectateurs qui a la forme d'un cube ABCDEFGH d'arête 12m et le second compartiment est une chambre pour projection de films. L'un des murs de la chambre de projection est la face ABFE de centre O. Une ouverture circulaire faite dans ce mur permet de projeter les films sur l'écran situé dans le plan de la face DCGH.

La trajectoire suivie par l'image projetée sur l'écran est un ensemble (Δ) de point M de l'espace tels que :$4\overrightarrow{MO}\wedge\overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF})\wedge\overrightarrow{ML}$ où L est le barycentre des points pondérés (C;3) et (G;1).On désigne par I le milieu de [EH]. La façade BCGF est décorée à l'aide de deux courbes (Γ) et (Γ'). L'espace est muni du repère orthonormé direct $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$. La trajectoire suivie par l'image est nettement visible lorsqu'elle est non coplanaire à l'intersection des plans (OIC) et (P). Par ailleurs, le podium, à forme circulaire serait parfaitement éclairé si trois projecteurs installés à la bordure circulaire du podium si les projecteursM_0; $M_1 et M_2$ forment un triangle rectangle et que l'aire du podium soit inférieure à $115\pi m^2$. Le maire voudrait savoir si toutes ces conditions sont remplies.

<u>Tâche</u> : Tu es invitée à aider le maire de Ton à vérifier ces conditions en résolvant les trois problèmes suivants :

<u>Problème</u> : 1

1- Justifie que $O\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$; $I\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ $et L(1;1;\frac{1}{4})$.

2-

a) Justifie que (Δ) est une droite dont tu préciseras un repère.

b) Donne une représentation paramétrique de (Δ).

3-

a) Prouve qu'une équation cartésienne du plan (P) de l'écran est (P) : $y - 1 = 0$.

b) Justifie que (Δ) et (P) sont sécants, puis détermine les coordonnées de leur point d'intersection A_0.

4-

a) Justifie que $AICA_0$ est un tétraèdre puis calcule son volume V.

b) Calcule l'aire du triangle OIC puis déduis-en la distance de A_0 au plan (OIC).

c) Justifie que les plans (OIC) et (P) sont sécants et détermine un système d'équations de leur droite d'intersection (D).

d) L'image sera-t-elle nette lors de la projection ?

Problème : 2

Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(t\ , \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ unité 4 mètres.

Les trois projecteurs de différentes couleurs ont pour affixes solutions de l'équation

$$(E): z^3 + (\sqrt{3} - 2i)z^2 + (-5 + i\sqrt{3})z - 8i = 0 \; dans \; \mathfrak{C}$$

5- Calcule $(3\sqrt{3} - i)^2 et \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})^2$.

6-

a) Démontre que l'équation (E) admet dans $\mathfrak{C}$ une solution imaginaire pure z_0 que tu préciseras.

b)) Résous dans $\mathfrak{C}$ l'équation (E). Tu noteras z_1 et z_2 les autres solutions telles que

$Re(z_1) < 0$.

c) Donne une forme exponentielle de z_2.

d)) Détermine sous forme exponentielle et sous forme algébrique les solutions dans $\mathfrak{C}$ de l'équation$z^2 = -2\sqrt{3} + 2i$.

e) Déduis-en les valeurs exactes de $cos\frac{5\pi}{12} et sin\frac{5\pi}{12}$

7- En réalité, ces points sont$M_0, M_1 et M_2$d'affixes respectives $z_3 = -i$; $z_4 = \sqrt{3} + i$;

$$z_5 = -2\sqrt{3} + 2i$$

a) Calcule le module et un argument du quotient $\frac{z_5 - z_3}{z_4 - z_3}$

b) Déduis-en la nature du triangle $M_0M_1M_2$.

c) Donne une équation cartésienne de ce podium.

8- Le podium sera-t-il parfaitement éclairé ?

Problème : 3

La courbe (Γ)est celle de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \sqrt{1 + x^2}$ et (Γ') est la courbe de la fonction k^{-1} réciproque d'une application k.

Partie : A

On considère la fonction g définie par $g(x) = 1 - x\sqrt{1 + x^2}$

9-

a) Etudie les variations de g .

b) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique $\propto$ et que $0.78 < \propto < 0.79$.

c) Déduis-en le signe de $g(x)$.

d) Démontre que $f(\propto) = \frac{\propto^4 - 3}{3\propto}$ et que $-1.13 < f(\propto) < -1.10$.

10-

a) Démontre que l'équation $g(x) = x$admet une solution unique β telle que

$0.4 < \beta < 0.5$.

b) Etudie le sens de variation de g'? Que représente le point$B_1(0;1)$ pour la courbe (Cg).

c) Justifie que $\forall\, x \epsilon \left[0{,}4\,;0{,}5\right]$; $|g'(x)| \leq \frac{3}{2} puis$

$$|g(x) - \beta| \leq \frac{3}{2}|x - \beta|$$

Partie B

11-

a) Etudie le sens de variation de f(on exprimera $f'(x)$ en fonction de $g(x)$).

b) Dresse le tableau de variation de f .

c) Etudie les branches infinies de (Γ)

12- Soit k l'application de $\mathbb{R}_-$ définie par $k(x) = f(x)$.

a) Justifie que k admet une application réciproque k^{-1}et précise son ensemble de définition J .

b) Etudie la dérivabilité de k^{-1}sur J puis justifie que le point $Q(-\sqrt{3} - 2; -\sqrt{3})$ est un point de (Γ').

c)) Détermine une équation cartésienne de la tangente (T) à (Γ')au point Q.

EPREUVE 34 Tle C

Texte : Le jardin de Gloria

Gloria, élève en classe de terminale scientifique dispose d'un jardin construis sur un domaine dont trois des sommets ont des affixes $z_0, z_1 et z_2$ qui sont les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(E_1): z^3 - (7+9i)z^2 + (39i - 14)z + 50 = 0$ avecz_0 un nombre complexe imaginaire pur.

Elle plante des carottes dans une partie du jardin délimitée par l'ensemble (Γ_1) des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 - MC^2 = 4$ où A, B, C sont tels que $z_A = 2i, z_B = 3 + 4i et z_C = 4 + 3i$ le plan étant muni du repère orthonormé(O, e_1, e_2) .

En un point D image de Apar l'application g du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe tel que z' tel que

$z' = (3 + 4i)\bar{z} + 2i$($\bar{z}$ désignant le conjugué de z) elle plante un oranger.

Elle se réjouit du fait qu'elle utilise ses connaissances en mathématiques pour les différentes dispositions dans le jardin

Tâche : Découvre certaines des connaissances mathématiques sous-tendant les dispositions de Gloria en traitant les trois problèmes suivants.

Problème : 1

1- a) Détermine z_0.

c) Résous l'équation (E_1)dans $\mathbb{C}$.

2- a) Détermine (Γ_1)

c) Calcule son aire

3- a) Détermine l'affixe de D

b)Démontre que g admet un seul point invariant I dont on donnera son affixe.

c) Détermine l'ensemble (Γ_2)des points M du plan tels que

$\overrightarrow{IM'} = |3+4i|\overrightarrow{IM}$ où $|3+4i|$désigne le module de $3+4i$.

Problème : 2

L'une des séparations dans le jardin est un bois assimilable à une droite(Δ) de l'espace défini par l'ensemble des points $M(x;y;z)$ tels que

$\overrightarrow{ME}\wedge\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MG}\wedge\overrightarrow{ME}$.On appelle$J$ le milieu de $[FG]$et on donne $E(1;-1;0)$, $F(3;0;1) et G(1;2;-1)$ dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$ de l'espace.

4- a) Donne une caractérisation vectorielle de (Δ)et déduis-en un repère.

b) Donne une représentation paramétrique de (Δ).

c) Détermine une équation cartésienne du plan (Q) orthogonal au plan (EFG) et contenant la droite(Δ')d'équation cartésienne

$$\frac{2x+1}{4} = -y = z-1$$

5- a) Démontre qu'il existe un demi-tour s qui transforme $E\ en\ F\ et\ F\ en\ G$

b)Donne son expression analytique

6- Soit (Δ_1) la droite de système d'équations $\begin{cases} 2x+3y-4z+2=0 \\ x-5y+z=0 \end{cases}$

a) Démontre que les coordonnées des points de (Δ_1) l'équation(E_2): $6x-17y+2=0$

b) Résous dans$\mathbb{Z}^2$l'équation (E_2).

c) Détermine alors l'ensemble des points de(Δ_1)dont les coordonnées sont des entiers relatifs.

Problème : 3

Le trajet de l'eau arrosant les plantes dans le jardin est une partie de la courbe de la fonction f definie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{xlnx}{x+1}$

Gloria cherche à comprendre un certain nombre de chose sur ce trajet. Pour cela soit la fonction u définie sur$]0; +\infty[\ par\ u(x) = x + 1 + lnx$

7-

a) Etudie les variations de u

b)Démontre que l'équation $u(x) = 0$ admet dans$]0; +\infty[$une solution unique β et que $0.27 \leq \beta \leq 0.28$

c) Donne le signe de $u(x)$sur $]0; +\infty[$.

8-

a) Calcule les limites de f aux bornes de D_f.

b)Calcule $f'(x)$ pour $x \in]0; +\infty[$et exprime-le en fonction de u.

d) Etudie le signe de $f'(x)$ et dresse le tableau de variation de .

9-

a) Etudie les branches infinies à la courbe $(\mathcal{C})$de f.

b) Trace $(\mathcal{C})$.

10- a) Démontre que l'équation $f(x) = n; n \in \mathbb{N}^*$ admet une solution unique $\alpha_n$dans $]0; +\infty[$.

b) Démontre que $f(e^n) \leq n$ et déduis-en que $\alpha_n \geq e^n$.

c) Démontre que $\ln\left(\frac{\alpha_n}{e^n}\right) = \frac{n}{\alpha_n}$

d) Calcule $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\alpha_n}{e^n}$

10- On suppose que $\alpha_n = e^n(1 + \varepsilon_n)$ $où$ $\varepsilon_n \geq 0$.

a) Exprime $(1 + \varepsilon_n)\ln(1 + \varepsilon_n)$ en fonction de n.

b) Etablis que pour $t \geq 0, 0 \leq (1 + t) \ln(1 + t) - t \leq \frac{t^2}{2}$.

c) Déduis-en que pour $n \geq 1, \varepsilon_n \leq ne^{-n} \leq \varepsilon_n + \frac{{\varepsilon_n}^2}{n}$ et puisque

$$0 \leq ne^{-n} - \varepsilon_n \leq \frac{n^2}{2}e^{-2n}$$

d) Calcule alors $\lim_{n \to +\infty}(e^n + n - \alpha_n)$.

EPREUVE 35 Tle AB

<u>Contexte</u> : Encouragement d'un fils par son père.

Afin d'encourager son fils à étudier les mathématiques, **Dounou** accepte de lui donner **100 FCFA** pour chaque problème correctement résolu. Mais il lui prend **50 FCFA** dans le cas contraire. Après **36** problèmes, son fils obtient de lui **750 FCFA**.

<u>Tâche</u> : Tu es invité (e) à traiter les problèmes suivants.

<u>Problème 1</u>

1) Écris **750** en base **8**.
2) **a°)** En désignant par x le nombre de problèmes correctement résolus et par **y** le nombre de problèmes mal résolus, traduis la situation du contexte en un système d'équations.

b°) Déduis-en les nombres x et y.

<u>Problème 2</u>

L'un des problèmes mal résolus par le fils est le suivant :

Le plan est muni du repère **(O, I, J).**

Soit la fonction $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ et (C_f) sa représentation graphique.

1) **a.** Détermine l'ensemble de définition D_f de f.

b. Calcule les limites de $f(x)$ aux bornes de D_f.

2) **a.** Calcule $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

b. En quels points la courbe **(C_f)** coupe-t-elle les axes des coordonnées ?

c. Construis **(C_f)** et ses asymptotes.

EPREUVE 36 Tle D

Texte : La chasse traditionnelle

Chaque année la chasse traditionnelle est organisée à Batabarou un village de la commune de Soumbeigorou pendant la saison sèche.

Pour y aller trois sentiers sont indiqués et chaque chasseur doit passer chez le dernier de chasse pour connaître le sentier de sa destinée.

Nanaco est une fille du devin chasseur et est en classe de terminale D. Elle assimile les sentiers aux courbes représentative (C_f) ; (C_g) ; (C_h) des fonctions respectives f ; g et h définies comme suit : $\begin{cases} f(x) = (x^2 + x)\ell_n|x| \; si\; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} h(x) = \frac{e^x - 1 - x}{x^2} \; si\; x \neq 0 \\ h(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\{g(x) = x^2\ell_n(1 + x) si\; x \in]-1;\; +\infty[.$$

Deux des sentiers sont appelés sentiers de la bonne chasse que seul le devin chasseur connaît. Nanaco veut les identifiés en utilisant ses connaissances mathématique et en se faisant l'hypothèse que les sentiers de la bonne chasse sont les courbes représentatives des fonctions continus et dérivable en O.

Les trois sentiers mènent à la grotte sacrée où sont prévus d'autres sacrifices.

Nanaco veut aussi identifier la position des trois pierres où se dérouleront les rituelles.

En effet, pour choisir le sentier à suivre le devin chasseur jette trois causes devant le chasseur qui doit choisir un.

Nanaco a aussi l'ambition de dessiner la trajectoire que décrire le premier gibier avant d'être abattu.

Tâche : Tu es invité (e) à aider Nanaco dans ces différentes préoccupation en traitant les trois problèmes ci-dessous.

Problème 1

1) détermine le développement limité à l'ordre trois (3) au voisinage de O de la fonction u : $x \longmapsto e^x$.

2) Étudie la continuité et la dérivabilité de chacune des fonctions f ; g et h en O.

3) Identifie les sentiers de la bonne chasse selon l'hypothèse de nanaco.

4) Un chasseur choisi au hasard un cauri détermine la probabilité qu'il est obtenu le sentier de la bonne chasse.

5) Le sentier (C_f) mène facilement à la grotte. Pour aider le chasseur, Nourou à emprunter le sentier (C_f), le devin chasseur lui demande de tirer les cauris jusqu'à obtenu le cauri lui permettant d'emprunter le sentier (C_f). Ainsi, Nourou est une variable aléatoire réel X.

   a- Détermine la loi de probabilité de X ; calcule son espérance mathématique ; sa varience et son écart type.

   b- Construire la fonction de répartition de X.

Problème 2

Nanaco muni le plan de la grotte à un repère orthonormé direct et les trois pierres sont placées en des points A ; B et C image des solutions de l'équation :

(t) : $Z^3 + (1 - i\sqrt{3})Z^2 + (2 - 2i\sqrt{3})Z - 4 - 4i\sqrt{3} = 0$.

6) Démontre que l'équation (E) est équivalente à l'équation : $(Z - 1 - i\sqrt{3})(Z^2 + 2Z + 4 = 0$.

7) a – résous l'équation (E)

b – En réalité $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et Z_C est le conjugué de Z_B. Détermine la nature du triangle ABC et l'aire du domaine des rituelles qui n'est que le cercle circonscrit au triangle ABC.

Problème 3

La trajectoire par le gibier en agonie est une partie de la courbe représentative de la fonction l définie sur R par $l(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$.

8) Étudie les variations de l.

9) a – Démontre que $\lim\limits_{x \to +\infty} [l(x) - 2x] = 0$.

b – Déduis-en les branches infinies à la courbe (C_l) de l.

10) Construis dans un repère orthonormé la (C_l) de la fonction l.

EPREUVE 37 Tle AB

Contexte :

Une entreprise spécialisée dans la production de jus de fruits a connu des pertes énormes au cours d'un mois. Afin de redonner vie à cette entreprise, une étude a permis d'établir que les pertes, en million de francs CFA, sont données par la fonction numérique *p* de la variable réelle *x* définie par $p(x)= \frac{-2x+1}{x}$ où *x* en millier d'unités, est le nombre de cartons de jus de fruits produits par mois.

Bio, un membre de la coopérative et féru des mathématiques est chargé de vérifier si la perte dépasse 2000000 de francs CFA. Il trouve que cette étude passera par celle de la fonction g de ℝ vers ℝ définie par $g(x)= \frac{-2x+1}{x}$

Tâche : Tu es invité(e) à aider Bio à trouver une réponse à ses préoccupations en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

1-Détermine l'ensemble de définition D de g.

2. Calcule les limites de g aux bornes de D.

3. Démontre que, pour tout *x* élément de D, $g'(x)= \frac{-1}{X^2}$

4. a) Etudie le sens de variation de g puis dresse son tableau des variations.

b) Déduis-en que la perte dépasse 2000000 de francs CFA.

Problème 2

L'entreprise dispose d'un coffre-fort dont le code est un nombre entier naturel sept (7) chiffres divisible par 2 et par 5 qui s'écrit N=787624b en système décimal ; b est un chiffre du système décimal connu seulement par le comptable de l'entreprise. Bio aimerait aussi connaître le code du coffre-fort.

5. Détermine :

a) L'ensemble des valeurs de b pour que N soit divisible par 2.

b) L'ensemble des valeurs de b pour que N soit divisible par 5.

c. Détermine le code que N du coffre-fort.

7. Lorsque le code est mal tapé, l'écran numérique du coffre-fort affiche un message qui est l'écriture en base 16 du nombre N. Retrouve ce message.

EPREUVE 38 Tle D

CONTEXTE : La maison de rêve

La société « OLUWA SHEYI » dans le cadre de la construction de logements sociaux pour ses agents s'offre les services du cabinet d'architecte « La maison de rêve ».

Suite aux entretiens et visites de terrain, un projet a été retenu. En voici un extrait :

<<$(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ est un repère orthonormé direct de l'espace, O est le centre de la parcelle, $(O;\vec{i},\vec{j})$ est un repère du plan du sol ; (Δ_0), (Δ_1), et (Δ_2) sont trois poutres de l'ossature du bâtiment témoin toutes assimilables à des droites. $(O;\vec{i}+\vec{j})$ est un repère de (Δ_0) ; $\begin{cases} x = 0 \\ y = \alpha \\ z = 1 \end{cases}$ $, \alpha \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de (Δ_1) ; $(L;\vec{i})$ est un repère de (Δ_2) avec $L(0,0,2)$.

La toiture est en deux tenants : l'un est contenu dans le plan (P_1) contenant (Δ_1) et le point A ; l'autre dans le plan (P_2) contenant la droite (Δ_2) et le point A, où A est le point de triplet de coordonnées $(a,a,0)$>>. Dans le plan du sol, trois lampadaires seront placés en des points images des nombres complexes $\mu, -\mu$ et μ^2 où $\mu = \sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}$. Des décorations sont prévues pour les murs de ces logements. Clotaire, fils du directeur du cabinet et en classe de terminale scientifique est informé du projet et cherche à en savoir davantage.

Tâche : Tu es invité(e) à accompagner Clotaire en résolvant les trois problèmes suivants :

PROBLEME 1

1) Justifie que A appartient à (Δ_0)

2) a-Montre que $\overrightarrow{n_1}(1;0;a)$ est un vecteur normal au plan (P_1)

b) Montre que $\overrightarrow{n_2}(0;2;a)$ est un vecteur normal au plan (P_2)

3) Détermine $\overrightarrow{n_1} \wedge \overrightarrow{n_2}$ et déduis que les plans (P_1) et (P_2) se coupent suivant une droite (D) qui, quel que soit le nombre réel a, est parallèle au plan passant par O de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ avec $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = 2\vec{k}$

PROBLEME2

On désigne par M_0, M_1 et M_2 les points images respectives des nombres complexes $\mu, -\mu$ et μ^2. Les recherches ont montré que sur le site l'onde électromagnétique devrait être représentée par la forme exponentielle du nombre μ^{2019} pour une bonne estimation de la qualité de communication.

4) a-Calcule μ^2

b) Donne le module et un argument de μ^2

c) Déduis-en le module et un argument de μ.

5) Représente dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct, unité 2cm, les points M_0, M_1 et M_2.

6) a-Déduis les valeurs exactes de $cos\frac{7\pi}{12}$ et $sin\frac{7\pi}{12}$ puis de $cos\frac{\pi}{12}$ et $sin\frac{\pi}{12}$

b) Précise la représentation de l'onde électromagnétique sur le site, puis donne sa forme algébrique.

PROBLEME 3

L'un des motifs de décoration du mur des logements a la forme de la courbe représentative de la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = -1 - \dfrac{2\ln(1-x)}{x} & si\ x < 0 \\ f(x) = 1 - 2e^{-\frac{1}{x}} & si\ x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(C) est la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$. On désigne par g la fonction de la variable réelle x définie par

$g(x) = \frac{x}{x-1} - \ln(1-x)$.

7-Etudie les variations de g sur $]-\infty;0[$ puis déduis-en le signe de $g(x)$ pour tout

$x \in]-\infty;0[$.

8-Etudie la continuité de f en 0.

9-a)Ecris le développement limité d'ordre 2 au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \ln(1-x)$ définie sur $]-\infty;1[$

b-Etudie la dérivabilité de f en 0.

10-Etudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

11-a)Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]-\infty; 0[$ et que $-3 < \alpha < -2$

b)Démontre que $\alpha = 1 - e^{-\frac{1}{2}\alpha}$

c)Construis la courbe (C).

EPREUVE 39 Tle D

<u>Contexte</u> : Réalisation d'une maquette et d'un tableau d'art

Pour honorer leur professeur de mathématiques qui a fait valoir ses droits à la retraite, les élèves d'une classe de terminale scientifique d'un établissement ont décidé de lui offrir une maquette et un tableau d'art. Sur la maquette, il sera dessiné un cercle(C) dans lequel un texte de reconnaissance sera écrit.Deux élèves artistes, Arsène et Paul de cette classe ont été choisis pour la réalisation de la maquette et du tableau d'art.

Pour identifier parmi les deux celui qui se chargera de la maquette, les responsables de la classe ont organisé un jeu qui consiste à retrouver dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$, un objet situé en un point $M(a;b;c)$ intersection de trois plans (P), (Q) et (R). Leplan (P)est perpendiculaire à la droite (D): $x-1=y+1=z+1$ et passe par le point$A(0,0,1)$. Le plan (Q) contient la droite (D) et passe par le point $K(1;1;-1)$. Le plan (R) a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = t \\ y = t' \\ z = 1 + t + t' \end{cases}$ $(t,t') \in \mathbb{R}^2$.

Arsène et Paul désirent connaître la cachette de l'objet, déterminer les éléments caractéristiquesdu cercle(C) et déterminer la primitive de la fonction v et la courbe de la fonction f.

<u>Tâche</u> : tu es invité(e) à aider Arsène et Paul dans ses réflexions en résolvant les problèmes suivants.

<u>Problème 1</u> :

16.a) Détermine une équation cartésienne du plan (P).

b) Détermine le point d'intersection I de la droite (D) et du plan (P).

17.Détermine une équation cartésienne de chacun des plans(Q)et (R).

18.Détermine le point de cachette de l'objet à retrouver .

<u>Problème 2</u> :

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(o;\overrightarrow{e_1};\overrightarrow{e_2})$, le cercle (C) est circonscrit à un triangle particulier ABC dont les sommets sont les points images des solutions de l'équations (E): $P(z)=0$ avec

$$P(z) = z^3 - (9-4\sqrt{3})z^2 + (43-24\sqrt{3})z - 75 + 36\sqrt{3}.$$

19.Justifie qu'il existe trois nombres complexes a ;$b$et c avec $a \neq 0$ tels que :

$$P(z) = (z-3)(az^2+bz+c)$$

20.Détermine les nombres complexes a ;$b$et $c$puis résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (E).

21. Dans la suite on pose $z_A = 6 - 4\sqrt{3} + 4i$; $z_B = 6 - 4\sqrt{3} - 4i$ et $z_c = 6$

c. Calcule le quotient $\frac{z_c - z_B}{z_C - z_A}$ sous forme exponentielle et déduis-en la nature du triangle ABC.

d. Précise les éléments caractéristiques (centre et rayon) du cercle (C).

***Problème 3* :**

Le tableau d'art sera réalisé à partir des courbes de deux fonctions : la courbe de la primitive de la fonction $v: x \longmapsto 2x + cos^4 x$ qui prend la valeur $\left(\pi^2 + \frac{3}{8}\pi\right)$ en π et la courbe de la fonction $f: x \longmapsto \frac{xe + lnx}{x^2}$.

***Partie A* :**

22.a. Justifie que la fonction v est définie et admet une primitive sur $\mathbb{R}$.

d. Linéarise $cos^4 x$sur $\mathbb{R}$.

e. Déduis-en une primitive de v sur $\mathbb{R}$

23. Détermine la primitive dont la courbe va servir dans la réalisation du tableau d'art.

***Partie B* :**

On considère la fonction u définie sur $]0; +\infty[$par $u(x) = 1 - xe - 2lnx$.

24. Etudie les variation de $u$sur $]0; +\infty[$.

25.a. Justifie que l'équation $u(x) = 0$ admet une unique solution $x_0$telle que $0{,}66 < x_0 < 0{,}68$.

c. Déduis-en le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de $x$sur $]0; +\infty[$.

***Partie C* :**

26. Détermine le domaine de définition D de f et calcule les limites de f aux bornes de D.

27. Etudie le sens de variation de $f$sur D.

28.a. Justifie que $f(x_0) = \frac{(1+x_0 e)}{2x_0^2}$ et donne un encadrement de $f(x_0)$ à 10^{-2} près.

29. Dresse le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.

30. Trace la courbe (C_f) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

(unité graphique 2cm).

EPREUVE 40 Tle C

Situation d'évaluation

Contexte : Législatives d'Avril 2019

Le président du parti « Bénin-Unité-Paix » est un enseignant de mathématiques à la retraite. Pour le bon positionnement des candidats dans les différentes circonscriptions électorales, il privilégie les candidatures de scientifiques par un test de présélection de candidats potentiels ayant au moins le niveau BAC série C. Puis, pour l'ordre sur la liste, il procède dans chaque circonscription à l'épreuve suivante : il dispose trois urnes A, B et C contenant respectivement :

A : une boule rouge, une bleue et une verte ;

B : une boule rouge et deux vertes ;

C : deux bleues et une verte.

Chaque candidat doit tirer au hasard une boule exactement de chaque urne ; si une boule exactement est verte, il gagne un point ; si zéro ou deux boules sont vertes, il perd deux points ; si les trois boules sont vertes, il gagne $\boldsymbol{n}$points.

Le nombre de points obtenus définit une variable X et permet de positionner les candidats suivant l'ordre décroissant des points marqués. Chaque candidat positionné doit payer une caution dont le montant en millions de francs CFA est $C = I(2)$où I est une fonction.

TADAGBE est un candidat mécontent de sa position. Mais avant de procéder à une réclamation, Il sollicite l'aide de sa fille Sorène actuellement élève en classe de terminale C pour étudier avec lui les différentes propriétés de la variable X d'une part et de calculer la caution à payer d'autre part.

Tâche : En tant que candidat(e) au bac C 2019, tu es invité(e) à jouer le rôle de Sorène en résolvant les trois problèmes suivants.

Problème 1

1- Détermine la loi de probabilité de la variable X

2- Construis une représentation graphique de la fonction de répartition F de X pour $n = 5$.

3- Calcule l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X en fonction $\boldsymbol{n}$.

4-

a) Détermine la valeur de $\boldsymbol{n}$ pour que l'espérance mathématique de X soit nulle.

b) Déduis-en la variance et l'écart-type de X.

Problème 2

Une partie du test de présélection portait sur le système (S) : $\begin{cases} \dot{1}x + \dot{3}y = \dot{2} \\ \dot{2}x - \dot{3}y = \dot{m} \end{cases}$ où m est un paramètre entier relatif et sur l'application h qui, dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, à tout point $M(x, y, z)$ associe le point $M'(x', y', z')$ tels que $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{2}{3}z + 2 \\ 3y' = 2x + y + 2z - 6 \\ 6z' = -4x + 4y + 2z + 12 \end{cases}$.

5- ,

a) Résous dans $\mathbb{Z}/_{6\mathbb{Z}}$ les équations (E_1): $\dot{3}x = \dot{0}$ et (E_2): $\dot{3}x = \dot{3}$

b) Résousdans $(\mathbb{Z}/_{6\mathbb{Z}})^2$, le système (S).

6- a) Détermine la nature et les l'éléments caractéristiques de l'application h.

b)Détermine les couples (a, b) d'entiers relatifs tels les images par h des points $M(a, b, 0)$ aient toujours des coordonnées entières où $(\dot{a}, \dot{b})$ est une solution du système $\begin{cases} \dot{1}x + \dot{3}y = \dot{2} \\ \dot{2}x - \dot{3}y = \dot{4} \end{cases}$ et $\dot{b} \neq \dot{0}$

Problème 3

La fonction Iest définie par$I(\lambda) = \int_0^{\lambda} f(x)dx$ où le nombre réel λest strictement positif et la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = x + ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| \ ; si\ \ x \in\ ]-\infty; -1[\cup]-1; 0[\\ f(x) = x^2u(x)\ ;\ \ si\ \ x \in [0;\ +\infty[\end{cases}$ avec$u$ la solution de l'équation différentielle (E): $y' + y = 0$ qui prend la valeur 1 en 0. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}\ )$avec $||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 2\ cm$.

Partie A

7- Détermine la fonction u.

8- Détermine le domaine de définition $D_f$de f, puis calcule $f(-2)$ et $f(3)$.

9- ,

a) Etudie la continuité de f en 0.

b) Etudie la dérivabilité de f en 0 et interprète géométriquement les résultats obtenus.

10-

a) Etablis que la dérivée f' de fa pour expression $\begin{cases} f'(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}\ , \ si x \in]-\infty;-1[\cup]-1;0[\\ f'(x) = x(2-x)e^{-x}\ , \ si\ x \in [0;\ +\infty[\end{cases}$

b) Dresse le tableau de variations de $f$sur D_f.

c) Démontre l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $-1{,}6 < x < -1{,}5$.

11-

a) Justifie que la droite d'équation (D): $y = x$ est asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$, puis étudie la position relative de (C) par rapport à (D) sur $]-\infty;0[\backslash\{-1\}$.

b) Construis la courbe (C).

12- Soit g l'application définie par :g: $\begin{array}{ccc} [0;2] & \rightarrow & f([0;2]) \\ x & \mapsto & g(x)=f(x) \end{array}$

a) Détermine $J = f([0;2])$ puis prouve que g définit une bijection.

b) On note g^{-1} la bijection réciproque de g et (C') sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$.

c) Résous l'équation $g^{-1}(x) = 1$ et démontre que $(g^{-1})'(\frac{1}{e}) = e$

d) Trace la courbe (C') dans le même repère que (C).

13-

a) Interprète graphiquement $I(\lambda)$.

b) En utilisant une intégration par parties, calcule $I(\lambda)$.

c) Calcule $\lim_{\lambda \to +\infty} I(\lambda)$

d) Calcule $I(\lambda)$ pour $\lambda = 2$. Déduis-en la caution de chaque candidat.

EPREUVE 41 Tle AB

Situation d 'évaluation

Contexte : Promotion de l 'excellence

L'administration du CEG -BOUCA , en collaboration avec l'association des parents d'élèves (APE), a décidé cette année de récompenser les élèves ayant eu leur moyenne au premier semestre . Le nombre A des élèves des classes de terminale ayant reçu de prix est donné par le code $\frac{2}{11100}$ dans le système binaire . L'un d'eux reçoit un document portant l'inscription (E): $2e^{3x}$-e^{2x}-13e^{x}-6 =0 et la fonction f définie sur IR par

f (x)= $\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$.

Pour le calcul du taux de réussite de cette promotion , le censeur rappelle que leur effectif réel est B= 117.

Sonia , une élève en classe de Tle A2 s'intéresse à la résolution de l'équation (E) , la détermination du nombre A et du code du nombre B dans le système binaire et l'étude de la fonction dont elle éprouve des difficultés .

Tâche : Tu vas aider Sonia en résolvant les problèmes suivants :

Problème 1

1) a -) Détermine le nombre A .

b -) Détermine le code du nombre B dans le système binaire .

2) Soit la fonction g (x)= $2x^3 - x^2 - 13x - 6$.

Détermine les nombres a ; b et c tels que g (x) =(x -2) (ax^2 +bX + c)

3) Résous dans IR , g (x) = 0 .

4) Déduis - en la résolution dans IR de l'équation $2e^{3x}$-e^{2x}-13e^{x}-6 =0 .

Problème 2

5) Détermine le domaine de définition Df de f .

6) prouve que f est paire .

7) Calcule les limites aux bornes de Df .

8) Étudie le sens de variation puis dresse le tableau de variation de f .

9) Construis la courbe (Cf) .

EPREUVE 42 Tle D

Situation d 'évaluation .

Contexte : Championnat scolaire à Toui.

Les organisateurs du championnat scolaire de Toui ont prévu pour cette année, un tournoi spécial de football entre les classes de terminales des établissements de Tchaourou - Kilibo ; selon le programme établi, chaque élève spectateur de la classe de terminale D doit décoder un nombre avant d'assister à un match à prix revu à la baisse . Razack élève en classe de terminale D au CEG Papanè, essaie d'aider ses camarades afin que plusieurs d'entre eux assistent à un taux réduit aux différents matchs. Le code d'accès à un prix réduit au terrain est un nombre réel. Ce code vaut β = 1/ $(h^{-1})'(2)$ où h est la fonction numérique définie par

h : ([0 ; π/2 [|------> h ([0 ; π/2 [ )

X |-------> 1/cos x

Razack veut aussi étudier le mouvement du ballon sur le terrain.

Tâche : En te retrouvant en lieu et place de Razack, tu vas résoudre les problèmes suivants :

Problème 1

1) Étudie les variations de h sur [0 ; π/2 [

2) Détermine h ([0 ; π/2 [ )

3) Démontre que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont tu préciseras l'ensemble de définition

4) Détermine l'ensemble de dérivabilité E de h^{-1} puis Calcule h^{-1} (x) pour tout x élément de E.

5) Détermine alors le code β .

Problème 2

Le trophée mis en compétition est un solide de l'espace. Dans cet espace muni d'un repère orthonormé direct (0 ;$\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$) d 'unité 9 cm , une partie du trophée est incluse dans l'ensemble (∆) des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{MA}$ $\overrightarrow{MB}$ =$\overrightarrow{MC}$ $\overrightarrow{MA}$ où A , B et C sont trois points non alignés du trophée et I le milieu du segment [BC]

6) Démontre que (Δ) est une droite dont tu préciseras un repère.

7) On donne A (1 ;- 1 ; 0) ; B (3 ; 0 ; 1) et C (1 ; 2 ; -1) .

a) Détermine une représentation paramétrique de (Δ).

b) Écris une équation cartésienne du plan (P) déterminé par les points A, B et C

c) Détermine une équation cartésienne du plan (Q) perpendiculaire à (P) et contenant la droite (D) définie par $\frac{2x+1}{2} = -y = z-1$

8) En réalité le trophée est un tétraèdre du sommet E (-8 ; 7 ; 9) et dont une base est le triangle ABC .

Calcule le volume de ce trophée.

Problème 3

La classe de Razack a gagné le trophée avec un score étriqué d'un but à zéro. Le but de la victoire est survenu lorsque le ballon a suivi une trajectoire identique à la représentation graphique(T) de la fonction f à variable réelle définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x\ln(1-x)+1 \text{ si } x < 0 \\ f(x) = u(x) \text{ si } x \geq 0 \text{ où u est la fonction numérique vérifiant} \end{cases}$$

$u'' + 2u' + u = 0$; $u(0) = 1$ et $u'(0) = 0$

Partie A

9-a-Résous dans lR l'équation différentielle $y''+2y'+y=0$

b) Déduis en que pour tout $x \in [0 ; +\infty[$ on a $u(x) = (x+1)e^{-x}$

10) Soit la fonction $g(x) = \ln(1-x) + \frac{x}{x-1}$

a) Etudie le sens de variations de g

b) Déduis- en que $g(x) > 0$ par tout x élément de$]-\infty ; 0[$

11) Soit E l'ensemble de définition de f

a)Justifie que E = lR

b) Calcule les limites aux bornes de E

12-a) Etudie la dérivabilité de f en 0

b) Calcule $f'(x)$ $\forall x \in]-\infty ; 0[$ et pour tout $x \in [o ; +\infty[$

c)Dresse le tableau de variation de f

13-a) Démontre que l'équation f (x) = 0 admet dans lR une solution unique $\propto$ tel que $\propto \in] -1,3 ; -1,2[$

b) Etudie les branches infinies de la courbe (T)

c) Trace alors soigneusement la courbe (T)

Partie B

En réalité le but est marqué dans un sommet très pointu du filet correspondant au domaine délimité par la courbe (T), l'axe des abscisses et les droites d'équation x $=\alpha$ et x = 3

14- a) Soit K la fonction numérique définie sur $]-\infty; 0]$ par

$K(x) = \frac{x^2-1}{2}\ln(1-x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$.

Justifie que K est une primitive de f sur $]-\infty; 0]$

b) A l'aide d'une intégration par parties , Calcule $\int_0^{\alpha} (x+1)e^{-x}dx$.

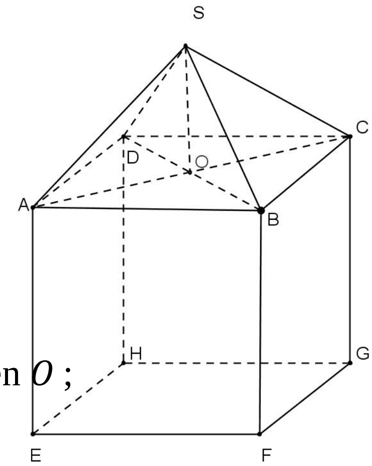
15) a - Justifie que $\int_{\propto}^{3} f(x)\,dx = \frac{1}{4}\alpha^2 - \frac{1}{2\alpha} - 5e^{-3} + 2$.

b -En prenant $\alpha = -1,25$; donne une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire exprimée en unité d'aire, de la partie du domaine (filets) où le but est marqué

EPREUVE 43 Tle C

Contexte **Lampadaire artisanal.**

Paul est un passionné de la sculpture qui réalise ses œuvres en s'inspirant des solides de l'espace. Il conçoit des modèles de lampadaires en utilisant des lianes qu'il travaille sous forme de solides.



L'une de ses réalisations, illustrée comme ci-contre,

met en relief une pyramide de sommet S et un cube.

Ce modèle est tel que :

- Le quadrilatère $ABCD$ est un carré de centre O ;
- La droite (OS) est perpendiculaire au plan (ABC) en O ;
- $OA = OB = OS = 1$, l'unité étant le dm ;
- K est le point de la demi droite $[SO)$ tel que $OK = 2OS$.

La trace (Γ) dans le plan (ABC) de l'ensemble des points

Mde l'espace tels que :$\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$ est utilisée pour l'implantation du premier circuit du dispositif d'alimentation électrique à l'intérieur.

Koba, fils de Paul, élève en classe terminale scientifique est intéressé par les éléments constitutifs du lampadaire et se propose de :

- préciser les caractéristiques des éléments du dispositif ainsi que d'autres ;
- faire l'étude analytique des éléments du lampadaire.

Pour repérer les éléments, Koba se donne le quadruplet $(O\,;\,\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OS})$ comme repère orthonormé direct de l'espace orienté.

Tâche : Tu es invité à accompagner Koba en résolvant les trois problèmes suivants.

I

1. a) Démontre que le barycentre J des points pondérés $(A, 2)$, $(B, -1)$, $(C, 1)$ est le milieu du segment $[AD]$.

   b) Détermine l'ensemble des points$M$ de l'espace tels que $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$.

c) Déduis-en (Γ) puis précise la forme du premier circuit.

2. a) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de l'application h de l'espace dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que :$\overrightarrow{JM'} = 2\,\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

b) Détermine l'expression analytique de h.

3. Détermine les coordonnées des points C , D et K.

4. a) Démontre que le plan (BCK) est défini analytiquement par :$2x - 2y + z + 2 = 0$.

b) Détermine les coordonnées du projeté orthogonal L du point A sur le plan (BCK).

5. a) Détermine une équation cartésienne du plan (P) passant par A et perpendiculaire à (ED).

b) Détermine les coordonnées du projeté orthogonal I du point A sur la droite (ED).

6. Calcule le volume du solide délimité à l'intérieur du lampadaire par les pyramides $SABCD$et $KABCD$.

II

La particularité est qu'un dispositif de réflexion est fonctionnel grâce à l'effet conjugué de deux miroirs assimilables aux plans de l'espace et issus d'une famille de plans.

Les deux miroirs sont identifiables à des portions de plans de la famille de plans (P_m) d'équation cartésienne :$(1 + 2m)x + (1 - m)y + z + 1 - m = 0$;$m \in \mathbb{R}$.

7. a) Justifie que les plans (P_0) et (P_1) passent par le point D.

b) Démontre que lorsque m varie, tous les plans (P_m) contiennent une droite fixe (Δ) dont $\vec{u}(1\,;2\,;-3)$ est un vecteur directeur.

8. Soit (Q) le plan de la famille de plan pour $m = -3$.

   a) Démontre que les plans (P_0) et (Q) sont perpendiculaires.

   b) Déduis-en la nature de la composée $f = s_Q\ o\ s_{P_0}$.

   c) Détermine l'expression analytique de .

III

Le dispositif d'alimentation électrique du lampadaire est dans le plan (ABC) considéré comme un plan complexe muni du repère orthonormé direct $\left(O\ ;\ \overrightarrow{OA}\ ,\overrightarrow{OB}\right)$.Il comprend entre autres des circuits qui sont des portions des lieux géométriques ci-après:

- (Γ_1)l'ensemble des points$M$ du plan d'affixe z tels que $(\bar{z}-i)(\bar{z}+iz)$ est un nombre réel.
- (Γ_2) l'ensemble des points M dont la distance au point O est le double de la distance au point B.

9. Détermine chacun de ces lieux géométriques puis réalise une figure correspondant à chacun d'eux.
10. D'autres ont été modélisés par les applicationsφ et ψ de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définies par :

$\varphi(z) = \frac{2iz+2i-2}{z+i-1}$et $\psi(z) = z^2 + (1-i)z$, où z est l'affixe de M.

a) Détermine sous forme algébrique l'image de $-2i$par φ.

b) Détermine les antécédents de $6 + 3i$par ψ.

c) Détermine l'ensemble (Δ_1) des points M pour lesquels les applications φ et ψ donnent le même résultat.

d) Détermine l'ensemble (Δ_2) des points M tels que $|\varphi(z)| = 2$.

EPREUVE 44 Tle AB

Contexte : Une exposition d'œuvres d'art

A la dernière exposition des œuvres d'art au Hall des Arts de Cotonou, les tableaux décoratifs du célèbre artiste TARZAN ont attiré l'attention de tous les visiteurs. TARZAN est célèbre artiste épris des mathématiques. Pour réaliser la décoration de ses tableaux, il les muni d'un repère orthonormé (O ; I, J) dans lequel il représente des courbes représentatives des fonctions numériques. A cette occasion TARZAN a présenté les tableaux sur lesquels il a utilisé la fonction f dont les variations sont résumées dans le tableau ci-dessous. Il a aussi utilisé une fonction g pour réaliser le design sur ses tableaux.

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
f'(x)		+		−	‖	−		+	
f(x)	$-\infty$	↗	-2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

En compagnie de ses parents, Bella, une élève en classe de terminale littéraire avait visité cette belle exposition et fût très impressionnée par le génie TARZAN. Du retour à la maison, elle décide de comprendre davantage les différentes courbes utilisées.

Tâche : En utilisant les informations du contexte et connaissances en mathématiques, tu vas aider Bella en résolvant les deux problèmes ci-après :

Problème 1 :

1) a) Donne l'ensemble de définition D de la fonction f.

b) Précise les limites de f aux bornes de D.

c) Détermine les équations des éventuelles asymptotes à la courbe de f.

2) a) Donne l'ensemble de dérivabilité E de f puis détermine le signe de f'(x).

b) Déduis en le sens de variation de la fonction f.

3) Justifie que f admet un maximum en -1 puis précise-le.

Problème 2 :

La fonction g utilisée pour le design est la fonction définie par g(x) = $\ln(\frac{-x+2}{x+1})$.

4) a) Résous dans IR l'inéquation $\frac{-x+2}{x+1} > 0$

b) justifie que l'ensemble de définition de g est D' = $]-1\,;2[$.

5) a) Calcule les limites de g aux bornes de D'.

b) Précise les asymptotes de la courbe (Cg) de la fonction g.

6) a) Calcule g'(x) puis détermine son signe pour tout x de D'.

b) Dresse le tableau de variation de g.

7) Trace (Cg), (unité graphique : 2cm).

EPREUVE 45 Tle AB

<u>Contexte</u> : la gestion d'une ferme

Tonafa dispose d'une ferme où il pratique l'élevage des coqs et des moutons. Il a placé dans un compte bancaire depuis le 1er janvier 2014 une somme de cinq cent mille (500.000) francs CFA rémunérée en intérêts composés à 2% par an ; c'est-à –dire que l'intérêt généré en une année s'ajoute au capital pour constituer un nouveau capital. Il décide retirer de ce compte cinquante mille (50000) francs CFA le premier janvier de chaque année à partir de l'an 2015.

Tonafa projette de construire une nouvelle salle, qui servira d'abreuvoir pour les animaux, dont le coût de réalisation, écrit en base 8, est estimé à $\overline{210560}^{8}$ francs CFA. Pour faire face à cette dépense, Tonafa a vendu un nombre p de coqs et un nombre q de moutons $(p > q)$ vérifiant : $\begin{cases} 2p - 5q = 6 \\ p + q = 10 \end{cases}$.

Tonafa se demande si les recettes issues de cette vente pouvaient lui permettre de construire la salle alors que le prix unitaire de vente d'un mouton et d'un coq sont respectivement 22.000 francs et 3.000francs. Aussi se préoccupe-t-il de connaître l'année à laquelle le solde de son compte sera négatif pour la première fois.

<u>Tâche</u> : tu es invité (e) résoudre les problèmes pour répondre à des préoccupations de Tonafa. :

<u>Problème 1</u>

1) Calcule en milliers de francs CFA le solde du compte de Tonafa au soir du 1er janvier 2015

2) a) Démontre que le solde u_n du compte de Tonafa au soir du 1er janvier de l'an $(2014 + n)$, exprimé en milliers de francs CFA, vérifie : $\begin{cases} u_o = 500 \\ u_{n+1} = 1{,}2u_n - 50, \quad n \geq 0 \end{cases}$

b) Calcule u_1 et u_2.

3) a) Démontre que la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ défine par $v_n = u_n - 250$ est une suite géométrique dont tu préciseras la raison et le premier terme.

b) exprime v_n puis u_n en fonction de n.

c) Déduis-en l'année à laquelle le solde du compte de Tonafa sera négatif pour la première fois.

4) a) Ecris le nombre $\overline{210560}^{8}$ en base 10 (dans le système décimal).

b) Détermine les nombres p de coqs et le nombre q de moutons vendus par Tonafa.

c) Les recettes issues de la vente de p coqs et de q moutons pourront-elles suffire pour réaliser le projet de construction de la nouvelle salle ?

Problème 2

Chargé de réaliser le plan de la salle à construire, Maxonde y a prévu deux canaux de conduite d'eau qu'il a identifiés dans un repère orthonormé $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ convenablement choisi, à une portion de la courbe représentative (C) de la fonction f de $IR\ vers\ IR$ définie par :

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}.$$

5- a) Détermine l'ensemble de définition $D\ de\ f$.

b) Calcule les limites de f aux bornes de D.

c) Etudie les asymptotes à (C).

6- a) Justifie que pour tout élément $x\ de\ D, f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$ où f est la fonction dérivée de f.

b) Etudie le sens de variation de f puis dresse le tableau des variation de f.

c) Construis la courbe

EPREUVE 46 Tle AB

Contexte : Stratégies de financement d'une initiative communautaire.

Dans le cadre de son projet de construction de logements pour les enseignants, l'association des parents d'élèves du CEG de Massèkpo a lancé en septembre2015 une collecte de fonds qui lui a permis de lever une somme de 10.000.000F. Cette somme a été placée dans un compte ouvert à Elite Bank, à intérêts composés au taux annuel de 7% le premier janvier 2016.

Monsieur Laloubata, ancien élève de ce collège, avait été sollicité pour un don à ce projet. Homme politique avisé. Il a préféré profiter de cette occasion pour aider financièrement tous les CEG de la circonscription électorale. Il a initié un concours, au profit desdits CEG, à l'issue duquel le montant à octroyer à chaque établissement est déterminé par le nombre de questions auxquelles l'équipe des candidats de l'établissement aura répondu correctement.

A chaque équipe, le concours rapporte :

100F pour la 1ère réponse correcte, 200Fpour la 2ème réponse correcte, 400F pour la 3ème réponse correcte,…, et ainsi de suite, les sommes rapportées à chaque équipe par ses réponses correctes sont les termes d'une suite géométrique (u_n) de raison 2, avec $n \in$ N*.

L'un des exercices de ce concours a porté sur la résolution de trois équations.

Alihoun, élève en classe de terminale littéraire, est intéressé par la résolution de ces trois équations, la somme totale rapportée à l'équipe du CEG de Massèkpo par les 15 questions auxquelles elle a correctement répondue à l'issue du concours. Alihoun se demande par ailleurs combien de temps le capital initial de 10.000.000F et les intérêts annuels peuvent être gardés dans le compte pour que l'association du parent d'éléves du CEG de Massèkpo dispose d'un nouveau capital de 14.000.000F.

Tâche : Tu es invité(e) à répondre aux préoccupations de alihoun en résolvant les deux problèmes suivants.

Probleme1

1) a- Exprime, pour tout entier non nul n, u_{n+1} en fonction de u_n.

b-Calcule, pour tout entier non nul n, u_n en fonction de n.

c-Déduis-en la somme rapportée à l'équipé du CEG Massèkpo par sa 15e réponse correcte.

2) a- Calcule somme des 15 premiers termes termes d'une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 100.

b- Détermine la somme totale gagnée par l'équipe du CEG de Massèkpo à l'issue du concours.

3) Détermine le capital de l'association à Elite Bank au 1er janvier 2017, puis au 1er janvier 2018.

4) a – Détermine la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $(1{,}07)^n > 1{,}4$.

b) Au bout de combien d'années de placement l'association dispose-t-elle d'un capital d'au moins 14.000.000F dans son compte à Elite Bank ?

Probleme2

On désigne maintenant par g(x) le coût de l'association des parents d'élèves du CEG de Massèkpo g(x)=$\ln(e^x - e)$

5- Détermine l'ensemble de définition E de g.

6-a) Calcule les limites aux bornes de E de la fonction g.

b- Détermine $g'(x)$ de la fonction g.

7) Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variation.

EPREUVE 47 Tle AB

Situation d'évaluation

Contexte : Réhabilitation d'une ferme d'élevage de poulet.

DOSSOU dispose d'une parcelle rectangulaire sur laquelle il élève des poulets. La longueur de la parcelle est 35mètres et la largeur représente les $\frac{4}{7}$ de la longueur.

A quelques semaines de la fête de l'indépendance, il a fait le point des poulets susceptibles d'être vendus. Le tableau suivant donne la répartition de ces poulets suivant le prix de vente en francs CFA.

Prix de vente	2000	2500	3000	4000
Nombre de lapins	32	103	75	40

DOOSOU a sollicité son ami Bio pour étudier l'évolution des charges journalières de la production.

Tâche : Tu es invité(e) à déterminer l'aire de la parcelle de DOSSOU, le prix de vente moyen des poulets et à étudier l'évolution des charges journalières de production.

Problème1

1- Ecris le nombre 35 en base 2

2- Calcule :

a- La largeur de la parcelle de DOSSOU

b- L'aire de la parcelle de DOSSOU

3- Détermine le prix de vente moyen des poulets susceptibles d'être vendus pour la fête.

Problème2

L'étude menée par Bio a conduit au résultat selon lequel les charges journalières $f(x)$, exprimées en centaines de francs, correspondant à l'utilisation d'une quantité x (en kilogrammes) de provende, sont données par :

$$f(x) = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J), (C) désigne la courbe représentative de la fonction numérique f de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ ainsi définie.

4- a- Détermine l'ensemble de définition D de f

b- Calcule les limites aux bornes de D de $f(x)$

5- Dresse le tableau des variations de f

6- Construis la courbe (C) dans le repère (O, I, J

EPREUVE 48 Tle D

<u>Contexte</u> : La culture de produits vivriers.

M. Azanvor est le propriétaire d'une boutique de vente des produits vivriers, construite devant son domicile. Après les travaux de libération des espaces publics qui ont occasionnés la démolition de sa boutique **M. Azanvor** décide d'exploiter sa ferme pour la culture de riz et de l'ananas.

Pour irriguer la ferme en cas de manque de précipitations, **M. Azanvor** sollicite, les services d'une agence de forage qui a prescrit la construction d'un puits à l'intersection de **(P)** et (Δ) où dans l'espace muni du repère orthonormé direct **(O ;** $\vec{\imath}$ **,** $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$ **)** : **(P)** est l'ensemble des points $M\ (x\ ;y\ ;z)$ de l'espace tel que $\overrightarrow{AM}.\vec{u} = 5$ **et** (Δ) est l'ensemble des points $M\ (x\ ;y\ ;z)$ de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} \wedge \vec{u} = \overrightarrow{OB}$ avec **A (1 ;2 ;- 4) ;** $\vec{u}$ **(3 ;- 2 ; 1)** et $\overrightarrow{AB}$ **(3 ; 5 ; 6).**

Informé, **Réussite**, fille de **M. Azanvor** et élève en classe de terminale scientifique désire localiser la position du puits, calculer le temps minimal **t** en mois que durera la réclote du riz et évaluer le nombre d'ananas que son père peut espérer après culture.

<u>Tâche</u> : Tu vas aider **Réussite** à trouver des solutions à ses préoccupations en résolvant les trois problèmes suivants.

<u>Problème 1</u>

1. Justifie que $\overrightarrow{OB}$ **(4 ; 7 ; 2).**
2. **a.** Démontre que **M** ∈ (Δ) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3\beta + 6 \\ y = -2\beta - 2, \quad \beta \in \mathrm{IR} \\ z = \beta \end{cases}$.

b. Déduis- en la nature de (Δ) et donne un de ses repères.

3. **a.** Démontre que **M** ∈ **(P)** ⇔ $\overrightarrow{BM}\,.\,\vec{u} = 0$.

b. Détermine alors l'ensemble **(P)** puis donne une équation cartésienne de **(P).**

4. **a.** Etudie la position relative de **(∆)** et **(P)**.

b. Détermine les coordonnées du point **R** où sera construit le puits.

<u>Problème 2</u>

Pendant la récolte, **Azanvor** amène sur la ferme une grande boîte qui contient **8 petites boîtes cubiques** indiscernables au toucher dont **une rouge numérotée 1**,

trois rouges numérotées 2, deux vertes numérotées 1, une verte numérotée 2 et **une jaune numérotée 2.**

5. Un enfant de **Azanvor** choisi au hasard et successivement sans remise **deux petites boîtes cubiques** de la grande boîte. On admettra que la probabilité de choisir une petite boîte cubique est indépendante de son numéro et de sa couleur.

On note : E_1 l'évènement « Obtenir des boîtes cubiques de couleurs différentes » .

E_2 l'évènement « Obtenir au plus une boîte cubique portant le numéro **2** ».

a. Calcule la probabilité de l'évènement E_1.

b. Vérifie que la probabilité de l'évènement E_2 est égale à $\frac{9}{14}$.

c. Les évènements E_1 et E_2 sont – ils indépendants ?

6. L'enfant tire cette fois, simultanément **trois petites boîtes cubiques** de la grande boîte.

a. Détermine la probabilité de l'évènement E_3 « Obtenir au plus une petite boîte cubique portant le numéro **2** ».

b. L'enfant repère n fois l'expérience, en remettant dans la grande boîte les petites boites cubiques tirées avant de procéder au tirage suivant. On note P_n, la probabilité de l'évènement $\mathbf{E_n}$ « E_3 soit réalisé au moins une fois ».

Exprime P_n en fonction de n.

c. En réalité le temps minimal **t** en mois que durera la récolte de riz est **t** = $\lim\limits_{n \to +\infty} P_n$.

Calcule **t**.

Problème 3

Dans le plan muni du repère orthonormé direct $(\Omega\ ;\ \vec{e_1}\ ,\vec{e_2})$ d'unité **2cm**, la portion réservée à la culture de l'ananas est délimitée par l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = v$ avec $v \in \mathbb{R}^{*-}$; $x = 0$ et une frontière modélisée par la courbe **(C)** de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - e^{x}$. Le millième du nombre d'ananas que peut espérer **M. Azanvor** est l'opposé de la limite de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $\begin{cases} \mathrm{U_0} = -3\ ln2 \\ \mathrm{U}_{n+1} = \mathrm{g(U_n)} \end{cases}$ où **g** est la fonction définie sur l'intervalle **I =] - ∞ ; - 2 ln 2]** par **g(*x*) = ln** $\left|e^{\frac{x}{2}} - e^{x}\right|$**.**

I-

7.a. Etudie les variations de f **.**

b. Résous dans ℝ l'équation $f(x)$ **= 0** et déduis-en le signe de $f(x)$.

c. Etudie les branches infinies de (**C**) .

d. Trace la courbe (**C**) .

e. On désigne par **A(*v*)** l'aire en **cm²** de la partie du plan représentant la superficie de terre réservée à la culture d'ananas.

Calcule **A(*v*)** et $\lim\limits_{v \to -\infty} \mathrm{A}(v)$ **.**

II-

8. a. Etudie les variations de **g .**

b. Démontre que ∀ $x \in \mathbb{R}^*_-$, **g(*x*)** $= \frac{1}{2}x + \ln\left(1 - e^{\frac{x}{2}}\right)$ **.**

c. Déduis-en que la droite ***(D₁) :*** $y = \frac{1}{2}x$, est asymptote à la courbe représentative **(C ')** de la fonction **g** puis étudie la position de (**C '**) par rapport à ***(D₁)*** pour $x < 0$ **.**

d. Démontre que ∀ $x \in \mathbb{R}^*_+$, **g(*x*)** $= x + \ln\left(1 - e^{-\frac{x}{2}}\right)$ **.**

e. Déduis-en que la droite **(D₂) : y =** x, est asymptote à (**C '**) puis étudie la position de (**C '**) par rapport à **(D₂)** pour $x > 0$.

f. Construis (**C '**) dans le repère $(\Omega\ ;\ \overrightarrow{e_1}\ ,\ \overrightarrow{e_2})$. (**On utilisera un graphique différent de celui de** (**C '**)).

III-

9. a. Démontre que l'équation **g(*x*)** $= x$ admet une solution unique α dans **I**.

b. Démontre que ∀ $x \in \mathbb{R}$, $|\mathrm{g}'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

c. Déduis-en que ∀ $x \in \mathbb{R}$, $|\mathrm{g}(x) + 2ln2| \leq \frac{1}{2}|x + 2ln2|$**.**

10. a. Démontre que ∀ $n \in \mathbb{N}$, $\mathrm{U_n} \in$ **I .**

b. Démontre que $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $|\mathbf{U}_{n+1} + 2ln2| \leq \frac{1}{2}|\mathbf{U}_\mathbf{n} + 2ln2|$.

c. Etablie que $\forall\ \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$, $|\mathbf{U}_n + 2ln2| \leq \frac{ln2}{2^n}$.

d. Déduis-en que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente et précise sa limite.

e. Calcule le nombre d'ananas que peut espérer **M. Azanvor** en prenant $\boldsymbol{\alpha}$ = **- 1,386**.

EPREUVE 49 Tle AB

Contexte : Célébration de la fête patronale de Dougou.

Chaque année au mois d'octobre depuis 2008, les populations de la région lacustre de DOUGOU célèbrent leur fête patronale. Sept touristes étrangers y ont assisté en 2008. D'une édition à une autre, le nombre de courtisés présents à cette fête double. Dahoundo, un natif de Dougou et élève en classe de terminale littéraire, se propose de réaliser le motif du tissu qui va servir pour l'édition de 2017. Il envisage de faire figurer dans ce motif, le nombre 2017 dont les chiffres seront disposés sur une portion d'une courbe (φ) matérialisant une rive du fleuve Dougou. Pagailleurs Dahoundo se propose de déterminer le nombre de touristes prévus pour l'année 2017 afin de savoir si les infrastructures hôtelières de région peuvent suffir pour leur hébergement. Pour cela il désigne par un le nombre de touristes ayant assisté à la fête de l'année (2008+n).

Tâche : Tu es invité (e) à trouver des réponse aux préoccupations de Dahoundo en résolvant les deux problèmes suivants.

Problème 1

1-a) Précise U_0

b)Exprime , pour tout n N , U_n+1 en fonction de U_n

c)Déduis-en l'expression de U_n en fonction de n.

2-Détermine le nombre de touriste attendus à l'édition 2017 de la fête patronale de Dougou.

Problème 2

(φ) est la courbe représentative dans un repère orthonormé (O,I,J)de la fonction f de R vers R définie par :

F (x) $= \frac{3e^x+1}{e^x+1}$

3-Détermine l'ensemble de définition DF de la fonction f

4-a)Calcule la limite de la fonction f en -00

b)Justifie que pour tout nonbre réel x , f (x) = 3- $\frac{2}{e^x+1}$.Déduis –en la limite de f en + 00

c) Démontre que (φ) admet deux asymptotes que tu préciserras

5-a)Démontre que pour tout nombre réel x , f' (x) = $\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$

b)dresse le tableau de variations de la fonction f.

Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (φ) en son point d'abscisse 0.

6-Construis (φ) et (T) dans le même repère.

EPREUVE 50 Tle D

Contexte : La renaissance d'un espoir

Après la perte de son emploi à la SONEB de Parakou ; le père de Prospère à décider de mettre en valeur une ferme qu'il a héritée de son père qui est à Torou et ce le plus fôt possible. Et comme « c'est l'intérêt qui guide le monde » dit-on, apories une étude empirique, il trouve que son projet de façon actualisé a un intérêt dont la valeur est estimée à 512000f et se demande au préalable quelle serait sa pension de retraite s'il décide d'épargner cette somme aujourd'hui dans une structure financière. Tellement ambitionne de son projet, un jour il a oublié de porter le casque et arrivé au bon milieu de la voie, il se demande quelle serait sa chance pour que les petits policiers ne l'attrape dans leur carrefour dénommé « carrefour Dasilva. De même compte tenu du changement climatique il décide de cultiver deux sortes du riz dont le NERIKA et se demande encore quelle serait la quantité de ces mœurs à long terme. Après avoir écouté son père ; Prospère décide de répondre de façon convenable et stratégique à chaque préoccupation de son père en utilisant les notions de la mathématique qu'il a étudiées.

Tâche : Fais comme prospère en résolvant les problèmes su-dessous

Problème 1

En réalité le père de prospère veut placer son intérêt actualisé (512000f) dans une banque à partir de cet instant (2019) et le retiré en 2029. Après une étude rigoureuse de son projet, la structure financière a fait sortir un extrait donnant l'évolution du montant en milliers de francs sur la période considérée comme l'indique le tableau ci-dessous

Année	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**	**2023**	**2024**	**2025**	**2026**	**2027**	**2028**
Rang de l'année Xi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MontantsYj	512	532	554	576	599	623	648	674	701	729

1/Représente le nuage de points M (Xi ; Yj) dans un repère orthogonal

2/ Détermine les coordonnées du point moyen G

3/Calcule le coefficient de corrélation lénéaire entre les deux variables X et Y puis interprète le résultat obtenue

4/a)Détermine une équation de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. (Tu donneras les valeurs des coefficients arrondies à 0,1 près)

b/Trace la droite (D) dans le repère précédent

5) En utilisant alors cet ajustement linéaire, détermine en France une estimation du montant à retirer en 2029 (pension de retraite)

<u>Problème 2</u>

Pour la situation de port de casque, les policiers ont placé un piège sur l'itinéraire de fuite. Si un conducteur emprunte cet itinéraire, la probabilité qu'il soit détecté par les pauliciens est $\frac{2}{3}$. Si le conducteur est détecte ; la probabilité qu'il tombe dans le piège est $\frac{15}{25}$ et s'il n'est pas détecté, la probabilité qu'il tombe dans le piège est $\frac{1}{10}$.

On désigne par D l'événement : « le conducteur est détecté »et par T l'évènement « le conducteur tombe dans le piège »

6) Calcule la probabilité de l'évènement T

7) Compte tenu de son expérience et de sa vigilance, le vieux de prospère n'est pas tombé dans le piège ; quelle est alors sa chance pour qu'il ne soit pas detecté par les petits policiers ?

8) Comme d'habitude, pour défier les agents de sécurité ; un conducteur X décide de passer 10fois sur le tronçon de l'itinéraire de fuite de façon indépendante calcule alors la probabilité pour qu'il :

a)Tombe dans le piège exactement 5 fois

b) Tombe dans le piège au plus 3 fois

<u>problème3</u>

La ferme du vieux de prospère est assimilable à un plan muni du repère anthonome $(0\ \vec{\imath}\ \ \vec{\jmath}\ )$ d'unité graphique 3dam. En réalité la portion réservée à la production du NERIKA est limitée par l'axe (OI) les droites d'équation x = -4 et x = 4 et une frontière modélisée par la combe représentative (φ) d'une fonction g définie de lR vers lR par g(x) = $\frac{2^x}{1+2^x}$

La qualité du NERIKA en centaines de tonnes qu'on peut espère à long tenu est la limite de la suite U définie par $\begin{cases} U0 = 1 \\ N \in \text{lN} \quad \text{et} \\ Un+1 = g\ (Un) \end{cases}$

On pose I = [O,1] et k l'application définie par kN $\longrightarrow$ g (x) –x

9a) Démontre que pour tout nombre réel K

G (x) = $\frac{2ln2}{(1+2^1)^2}$ puis précise le sens de variation de g

b) Dresse le tableau de variation de g

c) Tarasse la combe (φg) (prend 1cm pour 1 dam)

10-a) Hachure sur le dessin la portion de la ferme réserve à la production du NERIKA.

b) Démontre que sur le terrain, la superficie de cette portion de la ferme est 36 dam^2

11-a) Etudie les variations de k

b) Démontre que l'équation k (x) = 0 admet une solution unique $\propto$ dans I.

12-a) Démontre que $\forall\ x \in$ I , g $(x) \in$ I et / g' (x) / $\leq \frac{1}{2}$

b) Déduis –en que $\forall\ x \in$ I , g $(x) - \propto$ / $\leq \frac{1}{2}$ x - $\propto$ /

13-a)Démontre que $\forall\ x \in$ lN ; $U_n \in$ lN et que $\forall\ x \in$ lN ; $U_n + 1^{-\propto}/ \leq \frac{1}{2}$ / U_n - $\propto$ /

b) Deduis –en par récurrence que $\forall\ x \in$ lN ; / U_n - $\propto$ /$\leq (\frac{1}{2})^n$

c) Justifie que la suite U converge vers un réel à préciser

d) Si on suppose que $\propto$ = 2 quelle est alors la quantité du NERIKA que le vieux de prospère peut espérer à long terme.

EPREUVE 51 Tle AB

<u>Contexte</u> : **Les difficultés de deux candidats.**

Awali est un élève en classe de Terminale littéraire qui a rendu visite à son camarade de classe **Noël** en pleine révision.

Tu sais, dit **Noël**: « il est impossible de calculer les termes consécutifs de la suite $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $\begin{cases} \mu_0 = 0 \\ \mu_{n+1} = \frac{1}{2}\mu_n + 3 \end{cases}$ et de déterminer la nature de la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $V_n = 6 - \mu_n$». Bloqués ; les deux camarades décident alors d'étudier les variations de la fonction numérique à variables réelle définie par $f(x) = \frac{x^2-4}{x+1}$ et de construire sa courbe représentative (**C**) dans un repère orthonormé **(O, I, J)**, mais ils éprouvent toujours des difficultés.

<u>Tâche</u> : Tu vas aider **Awali** et **Noël** à travers la résolution des deux problèmes suivants.

<u>Problème1</u>

1- Calcule μ_1 ;μ_2 et μ_3

2- a) Calcule V_0 et V_1

b) Démontre que (V_n) est une suite géométrique dont tu préciseras le 1er terme et la raison.

c) Exprime V_n en fonction de n, puis μ_n en fonction de n.

3- Calcule la limite de V_n et celle de μ_n quand n tend vers $+\infty$.

<u>Problème</u> <u>2</u>

4-a) Détermine l'ensemble de définition D_f $de\ f$.

b) Calcule les limites de f aux bornes de D_f.

5-a) Étudie les variations de f.

b) Dresse le tableau de variation de f.

6-a) Détermine trois nombres réels a, b et c tels que pour tout x de D_f

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

b) Déduis-en une équation de l'asymptote oblique.

7-a) Construis la droite (D) d'équation $y = x - 1$.

b) Étudie la position relative de (**C**) et (D)

8-a) Précise les points d'intersection de (**C**) avec l'axe des abscisses.

b) Construis (**C**).

EPREUVE 52 Tle D

<u>Contexte</u> : Contribution de la jeunesse à la réalisation d'un projet communautaire

En vue de réaliser un parc d'attraction, le conseil communal de Dodji a initié un concours circonscrit aux élèves des collèges de la commune et visant à recueillir leurs projets d'architecture du parc. Dossou, un élève en classe Terminale D, décide d'y participer. Il imagine un parc circulaire, traversé par une grande voie rectiligne, deux lampadaires géantes plusieurs voies secondaires ainsi qu'une rubrique '' embellissement'' où il suggérerait de planter une fleur dont il a lu l'extraordinaire qualité d'expansion dans une revue spécialisée.

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O ;$\vec{u}$,$\vec{v}$), le pourtour ($\mathcal{C}$) du domaine circulaire, la voie rectiligne et les deux lampadaires sont définis de la façon suivante :

Etant donné un nombre complexe z d'écriture algébrique z = x + iy, avec (x,y)$\in \mathbb{R}^2$, différent de -2-3i, et en notant f(z) le nombre complexe $\frac{z-4-3i}{z+2+3i}$,

- ($\mathcal{C}$) est l'ensemble des points M d'affixe z tels que *f*(z) soit un nombre imaginaire,
- (Δ) est l'ensemble des points M d'affixe z tels que *f*(z) soit un nombre réel,
- les deux lampadaires sont représentées par les points A et B d'affixes z_A et z_B tels que $z_A = f(-2-i)$ et $f(z_B) = -i$.

Dossou veut formaliser son projet et y mettre un dessin de tout ce qu'il a conçu ainsi que les résultats de l'étude sur l'évolution de la fleur à planter.

<u>Tâche</u> : Tu es invité(e) à répondre aux préoccupations de Dossou en résolvant les trois problèmes ci-après.

<u>Problème</u> 1

1- Détermine z_A et z_B.

2- Détermine la partie réelle et la partie imaginaire de *f*(z) en fonction de x et de y.

3-a- Démontre que ($\mathcal{C}$) est une partie d'un cercle dont tu préciseras le centre et le rayon.

b- Détermine (Δ).

c- Construis (Δ), ($\mathcal{C}$) et les points A et B sur une même figure.

<u>Problème</u> 2

L'une des voies secondaires a l'allure de la courbe (Γ), représentative dans le repère (O ;$\vec{u}$,$\vec{v}$) de la fonction *f* de ℝ vers ℝ définie par :

$$\begin{cases} f(x) = (x+1)\ln(x^2+2x+1) \,;\, si\ x \neq 1 \\ f(-1) = 0 \end{cases}$$

Les fleurs seront initialement plantées sur le domaine délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = -1 et x = 0.

4- Justifie que l'ensemble de définition de *f* est ℝ.

5- a- Justifie que *f* est continue sur ℝ.

b- Etudie la dérivabilité de *f* en -1 et donne une interprétation géométrique du résultat.

6-a- Calcule f '(x) pour tout x élément de ℝ-$\{-1\}$.

b- Etudie le signe de f'(x) pour tout x élément de ℝ-$\{-1\}$.

c- Dresse le tableau de variations de *f*.

7-a- Etudie les branches infinies de la courbe (Γ).

b- Trace (Γ).

8-a- Justifie que la fonction F définie sur $[-1;0]$ par F(t) = $\int_t^0 f(x)dx$, est continue sur $[-1;0]$.

b- Justife que pour tout t ∈ $[-1;0]$, F(t) = - $(t+1)^2\ln(1+t) + \frac{1}{2}t(2+t)$.

c- Calcule $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ x>-1}} F(t)$ et justifie que cette limite est égale à F (-1).

d- Calcule l'aire du domaine intial sur lequel les fleurs seront plantées

<u>Problème</u> 3

Selon les informations lues par Dossou , la surface occupée par la fleur évolue en fonction du temps. En désignant par u_n la surface occupée par la fleur après n années, $n \geq 1$, la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est telle que $u_{n+1} = \frac{nu_n+4}{n+1}$.

On suppose que $u_1 = \frac{1}{2}$ (unités d'aire).

9- Calcule u_2 et u_3.

10-On pose pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 , $v_n = nu_n$.

a) Démontre que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont tu préciseras la raison et le premier terme.

b) Déduis-en v_n puis u_n en fonction de n.

c) Démontre que la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est croissante et majorée.

11-Démontre que l'aire du domaine occupé par la fleur au cours de son expansion a une limite que tu préciseras.

EPREUVE 53 Tle D

***<u>Contexte</u>* :** Un jeu concours pour gagner un sac de provende.

Un centre vétérinaire organise gratuitement un jeu concours pour les éleveurs de la commune de Parakou.

Le jeu consiste à tirer successivement avec remise trois boules d'une urne contenant quatre indiscernables au toucher portant respectivement les numéros $-1; 0; 0; 1$. On désigne par $a; b$ et c les numéros obtenus respectivement au premier, au deuxième et au troisième tirage. A chaque tirage de trois boules, on associe dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$, le point $M(a; b; c)$. Le joueur gagne le jeu si on obtient un point appartenant au plan (P) perpendiculaire à la droite (D): $x - 1 = y + 1 = z + 1$ et passant par l'origine O du repère.

Bola, élève en classe de terminale scientifique, fils d'un éleveur désire connaitre sa chance de gagner un des sacs de provende mis en jeu pour son père.

***<u>Tâche</u>* :** Tu vas utiliser les informations du cotexte, et tes connaissances en mathématiques pour aider Bola à travers la résolution des problèmes suivants.

***<u>Problème 1</u>* :**

31. Démontre que la probabilité d'obtenir le point $M(1; -1; 1)$ est égale à $\frac{1}{64}$.
32. Démontre que la probabilité pour que le point M appartienne à l'axe des abscisses est égale à $\frac{1}{4}$.
33. a) Détermine une équation cartésienne du plan (P).

b) Détermine le point d'intersection I de la droite (D) et du plan (P).

34. Détermine une équation cartésienne du plan (Q) contenant la droite (D) et passant par le point $K(1; 1; -1)$.
35. Détermine la probabilité de gagner un des sacs de provende.

***<u>Problème 2</u>* :**

Le centre vétérinaire distribue un type de provende dont la quantité x en tonnes **et** le prix **d'achat** y en milliers de francs CFA **sur** les dix dernières années sont consignés dans le tableau suivant :

x_i	20	40	50	50	50	80	80	100	a	130
y_j	1250	1000	800	800	800	640	625	512	b	450

Où le couple $(a;b)$ est solution du système : $R:\begin{cases} a \times b = 60000 \\ a + b = 620 \end{cases}$ tel que $a < b$.

36. Détermine les valeurs de a et b.

37. Dresse le tableau des effectifs des séries marginales $(x_i;n_i)$ et $(y_j;n_j)$.

38. a. Détermine les coordonnées du points moyen G du nuage de points associé à cette série statistique.

b. calcule les écart-types $\sigma(X);\sigma(Y)$ et la covariance $cov(X;Y)$ de cette série.

c. Calcule le coefficient de corrélation r de cette série puis donne la nature de la relation entre le nombre de sacs **provende** produits x_i et la dépense totale y_j engagée dans la production d'un sac.

d. Justifie que la droite de régression de y en x a pour équation $y = \mathbf{-6{,}4}x + 1198{,}38$ puis déduis-en une estimation de la dépense qu'effectuera le **vétérinaire pour 145 sacs de provende**.

39. Le **vétérinaire** vend sa production à 5000 franc le sac.

Justifie que le bénéfice $B(x)$ qu'il réalise en fonction de la quantité x produite est : $B(x) = 6{,}40x^2 + 3801{,}62x$.

<u>Problème 3</u> :

Dans la suite, Bola constate sur un plan accroché au mur dans une des salles du centre un domaine ayant une forme un peu spécial. Dans sa curiosité, le Directeur du centre lui confie que le plan est celui du centre et qui, dans un repère orthonormé du plan est délimité par les droites d'équations $x = 0$; $x = 10$; $y = 0$ et la courbe représentative $(\mathcal{C})$ de la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = k(x) & si\ x < 0 \\ f(x) = ln(x+1) & si\ x \geq 0 \end{cases}$ où k est la fonction positive, solution sur $]-\infty;0[$ de l'équation différentielle $(E): y' = -\frac{y}{x^2}$ qui prend la valeur 1 en -1 et que le prix d'un sac de provende mis en jeu en milliers de francs vaut la limite de la suite $U_n = \int_0^n h(x)dx$; $n \in \mathbb{N}$ avec h une des fonctions solutions de l'équation différentielle (E') : $4y'' + 4y' + y = 0$.

Partie A

40.a. Justifie que les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions définies par : $x \longmapsto e^{\frac{1}{x}+c}$ avec c une constante réelle.

b. Déduis-en la solution k de (E)

41.a. Résous l'équation différentielle (E').

b. Détermine la solution h de (E') dont la courbe représentative dans un repère orthonormé du plan admet au point $M_o (0 ; 2)$ une tangente parallèle à la droite d'équation $y = 0$.

Partie B

12.On pose : $h(x) = (x + 2)e^{-\frac{x}{2}}$.

a. Calcule U_n en fonction de l'entier naturel n.
b. Démontre que pour tout entier naturel , $0 \leq U_n < 8$.
c. Pour tout entier naturel n, détermine le signe de $U_{n+1} - U_n$.
d. Déduis-en que la suite est convergente et détermine le prix du sac de provende.

Partie C

13.On pose $k(x) = e^{\frac{1}{x}+1}$

a. Etudie la continuité de f en $x_0 = 0$
b. Etudie la dérivabilité de f en $x_0 = 0$ et donne une interprétation des résultats.
c. Etudie les variations de f et construis sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ du plan.
d. Calcule l'aire du domaine.

EPREUVE 54 Tle C

Contexte : Construction d'un hôtel

Pierre, un grand opérateur économique, décide de construire un hôtel cinq étoiles. Pour la réalisation du projet, pierre doit consulter n entrepreneurs où n est un entier naturel strictement supérieur à 2 tels que PGCD(x; y)=n avec x et y deux entiers naturel vérifiant le système : $\begin{cases} 15x - 4y = 10 \\ x \leq 15 \end{cases}$.Au cours d'une consultation, la probabilité qu'un entrepreneur soit retenu est 0,3.

Sur le dessin de la maquette retenu, le bâtiment a la forme de la figure (π) de l'espace dont une équation dans le repère (o ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) est $y^2 + z^2 = 7x^2$, il est soutenu par un poteau central matérialisé par la droite (Δ) intersection des plans (P) et (P') d'équation respectives $x + y\sqrt{3} - 2z = 0$ et $2x - z = 0$. Il est prévu une décoration de la salle d'attente et l'aménagement de certaines voies d'accès vers l'hôtel.

Fati élève en classe de terminale C ayant eu ces informations souhaite connaître le nombre n et les différentes voies à aménager.

Tâche : tu es invité à résoudre les problèmes suivants, qui sont des préoccupations de monsieur Pierre.

Problème 1

1- a-Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation 15x-4y = 10

b-Déduis-en les solutions dans $\mathbb{N}^2$ du système $\begin{cases} 15x - 4y = 10 \\ x \leq 15 \end{cases}$

c- Justifie que n=5

2-Détermine la probabilité pour qu'à l'issu des consultations avec les cinq entrepreneurs :

a- Au moins un entrepreneur soit choisi.

b- Exactement trois entrepreneurs soit choisis.

3-Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'entrepreneur retenu à l'issue des consultations. Calcule l'écart type de X.

4- a- Justifie que les plans (P) et (P') ne sont pas parallèles et détermine une représentation paramétrique de (Δ)

b- justifie que (Δ) est contenue dans (π).

c- Détermine l'expression analytique du demi-tour d'axe (Δ).

Problème 2

Pour les décorations de la salle d'attente l'entrepreneur propose d'utilise des guirlandes dont l'allure d'un ensemble (E) des points M du plan d'affixe z telle que : $|z-1| = \frac{1}{4}|z - i\bar{z} - 2(i-1)|$. Pour une circulation facile dans la salle d'attente, plusieurs allées sous forme de pistes ont été prévues à cet effet dont la droite $(D): x - y + 2 = 0$ ensemble des points invariants par une application f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{1}{2}(z + i\bar{z}) + i - 1$

5) a) Justifie que f est une application affine

b) Vérifie que (D) est l'ensemble des points invariants par f

c)Soit M un point du plan, d'image M' par f, justifie que $M' \in (D)$

d) Démontre que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est normal à (D) puis caractérise géométriquement f

6) a) Démontre que $z - z' = \frac{1}{2}[z - i\bar{z} - 2(i-1)]$

b) En déduire que (E) est l'ellipse de foyer F d'affixe 1, de directrice (D) et d'excentricité $e = \frac{1}{2}$. Précise son axe focal (Δ)

c) Vérifie que les points A et A' d'affixes respectives $\frac{1}{2}(1+i)$et $\frac{1}{2}(5-3i)$ sont les sommets de (E) situés sur son axe focal (Δ)

7) a) Construire la droite (D), l'axe focal(Δ), les points A, A' et F

b) Déterminer géométriquement les autres sommets de (E)

c) Construire (E)

.

Problème 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ;$\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$) , la voie à aménager est assimilable à une portion de la courbe (C) de la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2e^{x+1} - x^2 - 2x - 2 \text{ , } si x < -1 \\ f(x) = 1 + \ sin^3(\pi x) si -1 \leq x \leq 1 \\ f(x) = x + \ln\left(\frac{1+x}{2x}\right) si x > 1 \end{cases}$$

Partie A

8) Détermine l'ensemble de définition D de f.

9) Étudie la continuité et la dérivabilité de f en -1 et en 1.

10) Étudie les variations de f

11) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions, l'une que l'on précisera et l'autre notée γ telles que

$\gamma \in \ ]-2\ ;\ -1[$

12) Démontre que la parabole (P) d'équation : $y = -x^2 - 2x - 2$ est asymptote à (C). Précise l'autre asymptote.

13) a- Détermine les coordonnées du foyer F et du sommet S de la parabole (P) dans le repère (O ;$\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$).

b- Construis (P) et (C).

c- calcule en l'unité d'aire l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), les droites d'équations $y = 1$, $x = 1$ et $x = 0$

Partie B :

On considère l'application g : [1 ; +∞[→ $f([1\ ;\ +\infty[\ )$

$$x \mapsto g(x) = f(x)$$

On désigne par (C') la courbe de g dans le repère (O ;$\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$)

14) a- justifie que g admet une application réciproque que l'on notera h

b- Explicite h(x) pour tout x élément de [1-ln2 ; 1[

15) On considère la famille des courbes $(C_{a,b})$ d'équation

$y = b + \frac{1}{2e^{x-a-1}-1}$ où a et b sont des nombres réels a- soit M(x, y) un point de ($C_{a,b}$) .Exprime y en fonction de b et de h($x - a$).

b- Déduis que ($C_{a,b}$) est l'image de (C') par l'application $\varphi_{(a,b)}$ telle que $\varphi_{(a,b)} = t \circ s$ où t est une translation et S une symétrie orthogonale que l'on précisera

c- Démontre que lorsque a+b$\neq 0$ l'application $\varphi_{(a,b)}$ est une symétrie glissée

d- Détermine les éléments caractéristiques de $\varphi_{(2;1)}$

e- Construis ($C_{2;1}$).

EPREUVE 55 Tle D

Contexte : Un tournoi de football

Les organisateurs de la journée culturelle du CEG de Gangban ont prévu pour cette année un tournoi spécial de football entre quatre classes de terminales de cet établissement.Selon le programme établi, chaque classe de terminales D doit rencontrer une fois et une seule fois les trois autres. La règle du jeu est la suivante :

- 3 points à l'équipe gagnante ;
- 0 point à l'équipe perdante ;
- 1 point à chaque équipe s'il y a match nul.

Les deux équipes ayant totalisé le plus grand nombre de points devraient se rencontrer en finale.

Cossi élève en classe de Terminale D essaie de pronostiquer sur les points de son équipe et aussi étudier certaines formes.

Tâche :

En t'imaginant à la place de Cossi,tu vas résoudre les problèmes suivants.

Problème 1

1°)Calcule les probabilités de gagner un match,de perdre un match,de faire un match nul.

2°) a)Combien y a-t-il de matches au total pour le tournoi ?

a°)Combien chaque classe de terminale joue-t-elle de matches ?

3°)On définit par X le nombre de points obtenus par l'équipe de la classe de Cossi,à la fin du tournoi.

a)Détermine la loi de probabilité de X.

b)Calcule l'espérance mathématique,la variance et l'écart - type de X.

Problème 2

Le Trophée mis en compétition est un solide de l'espace.Dans cet espace muni d'un repère orthonomé direct (o ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) d'unité 9 cm,une partie du trophée est incluse dans l'ensemble (Δ) des points M de l'espace tels que

$\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \wedge \overrightarrow{MA}$,où A, B et C sont trois points non alignés du trophée et I le milieu du segment [BC].

4°) Démontre que (Δ) est une droite dont tu préciseras un repère.

5°) On donne : A$(1\,;-1;0)$, B(3 ;0 ;1), C$(1;2;-1)$.

a)Détermine une représentation paramétrique de (Δ).

b)Ecris une équation cartésienne du plan (P) déterminé par les points A,B et C.

c)Détermine une équation cartésienne du plan (Q) perpendiculaire à (P) et contenant la droite (D) définie par (D) : $\frac{2X+1}{2} = -Y = Z - 1$

d)Détermine un système d'équations paramétriques de la droite (D_1) = (P) ∩ (Q) .

6°) En réalité, le trophée est un tétraèdre de sommet E$(-8;7;9)$ et dont une base est le triangle ABC.

a) Calcule le volume de ce trophée.
b) Déduis, en litre, la quantité de vin nécessaire pour remplir le trophée en cas de victoire de la classe de Cossi.

Problème3

La classe de Cossi a gagné le trophée avec un score étriqué d'un but à zéro. Le but de la victoire est arrivé après que le ballon a suivi une trajectoire identique à une portion de la représentation graphique de la fonction f à variable réelle définie par : $\begin{cases} f(x) = -x + x\ln x, & si\ x > 0 \\ f(x) = xe^{1-x^2}, & si\ x \leq 0 \end{cases}$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o\,;\vec{\imath}\,, \vec{\jmath}\,)$ d'unité 2 cm.

7°) a) Justifie que f est définie sur IR.

b) Etudie la continuité de f en 0.

c) Etudie la dérivabilité de f en 0.Précise les équations des tangentes ou des démi-tangantes éventuelles au point O (origine du repère).

8°) a) Calcule $f'(x)$ pour tout nombre réel x de son ensemble de dérivabilité E.

b) Etudie suivant les valeurs de x le signe de $f'(x)$. Déduis-en le sens de variation de f sur IR.

C) Calcule les limites de f aux bornes de IR.

9°) On désigne par (C) la représentation graphique de f.

a) Etudie les branches infines de (C).

b) Construis la courbe (C) , de même que ses demi- tangentes à l'origine .

10°) Calcule l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$.

EPREUVE 57 Tle C

Contexte :

Pour les réalisations de l'année le maire de la commune de DOUNIAN a décidé, de rendre plus astreignant les aires de sport et la maison des jeunes de sa commune situé sur un domaine irrégulier ABCD afin de faciliter une exploitation nocturne de ces lieux. Dans le repère orthonormé direct $(O\,;\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$du plan du sol les points A ; B et C sont les images des racines du polynôme complexe $p(z) = z^3 - [2 + (3 + \sqrt{2})i]z^2 + [-5 - 3\sqrt{2} + (2\sqrt{2} + 1)i]z + \sqrt{2} + 5i\sqrt{2}$

Il programme la construction de deux postes de surveillances aux points A' et C' images respectives des points A et C par la transformation f du plan dont l'écriture complexe est $z' = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\bar{z} - 1 + i(1 + \sqrt{2})$. L'éclairage du domaine serait assuré par l'implantation des poteaux portant des projecteurs aux points M du sol d'affixe $z = x + iy\ avec\ x\ et\ y$ des nombres entiers de l'intervalle $[-3\,;\,3]$ et $N = g(M)$ tel que $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{BN}$ soient orthogonaux,$g = f \circ h$ où h est l'homothétie de centre A et de rapport $\sqrt{2}$. Aussi il est prévu l'aménagement de deux jardins verts $(D_1)\ et\ (D_2)$ et la pose une après une de trois pierres précieuses tirées d'un seau pour la décoration.

Clémence fille du maire et élève en classe de Tle C voudrais aider son père à déterminer la position des poteaux le nombre de pierres contenues dans le seau et calculer les aires des jardins verts $(D_1)\ et\ (D_2)$.

Tâche : Tu es élève en classe de Tle C. Tu vas aider Clémence dans ses préoccupations à travers la résolution des trois problèmes suivants :

Problème 1 :

Partie A

1) a) Démontre que $p(z) = (z - 1 + i)Q(z)$ où $Q(z)$ est un polynôme de degré 2 que tu préciseras.

b) Ecris sous forme algébrique le nombre complexe $d = [3 + (2 - \sqrt{2})i]^2$

c) Déduis-en l'affixe des points A ; B et C sachant que $Im(z_A) < Im(z_C) < Im(z_B)$

2) a) Détermine les affixes des points $A'\ et\ C'$ images respectives des points A et C par f

b) Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de f.

Partie B

On admet désormais que les points A ; B et C ont pour affixes respectives

$$-1 + i \,;\, 3 + 2i \;\; et \;\; i\sqrt{2}$$

3) a) Détermine l'écriture complexe de h.

b) Démontre que l'écriture complexe de g est $z' = (1 + i)\bar{z} - 1 + 3i$.

4)

a) Démontre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN}$ sont orthogonaux si et seulement si $5x + 3y = 15$.

b) Résous dans$\mathbb{Z}^2 l'équation$ $5x + 3y = 15$.

c) Déduis-en les points M du plan dont les coordonnées sont des entiers appartenant à l'intervalle $[-5 \,;\, 5]$ et tels que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN}$ soient orthogonaux.

Problème 2

Les pierres posées pour la décoration sont tirées d'un seau contenant N pierres dont dix sont noires et les restes sont transparentes. Avec les pierres du seau, si on fait des tas de 17 pierres, il en reste 9. Si elle fait des tas de 5 pierres, il en reste 3.

5) Détermine N.

6) Calcule la probabilité de chacun des évènements ci-dessous :

a) Les deux premières pierres tirées étant noires. Calcule la probabilité P_1 pour que la troisième pierre tirée soit noire.

b) Calcule la probabilité d'obtenir au moins deux pierres Noires.

Problème 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$ les jardins verts (D_1) et (D_2) sont des ensembles de points dont les coordonnées

$(x\,;\,y)$ vérifient : $(D_1) : \begin{cases} 1 \leq x \leq \lambda \\ x + 2 \leq y \leq u(x) \end{cases}$ et $(D_2) : \begin{cases} 1 \leq x \leq \lambda \\ h(x) \leq y \leq x + 2 \end{cases}$

où λ désigne un nombre réel avec $1 < \lambda$; u l'application définie de $IR_+^* \ dans \ IR$ définie par $u(x) = x + 2 + \frac{\ln(x)}{x}$ et (C) sa représentation graphique et h la fonction ayant pour représentation graphique(C'). A$(a\,;\,0)$ désigne un point du plan et f_a l'application affine du plan P dans le plan P d'application linéaire associée φ_a $telles\ que$ $f_a(A) = A$ et $\varphi_a(\vec{\imath}) = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$; $\varphi_a(\vec{\jmath}) = (a+1)\vec{\jmath}$; a étant un paramètre réel.

Partie A

7) a) Démontre que l'expression analytique de f_a est $\begin{cases} x' = x \\ y' = 2x + (a-1)y - 2a \end{cases}$ puis détermine celle de $f_a o f_a$

b) Détermine l'unique valeur b de a pour laquelle $f_a o f_a = Id_P$ où Id_P désigne l'application identique du plan

c) Détermine l'ensemble des points invariants par f_b

d) Démontre que si M' est l'image de M par f_b alors $\overrightarrow{MM'}$ a une direction fixe puis précise la nature de f_b

8) On suppose que $a \in \mathbb{R}^* - \{-1\}$

Démontre que f_a est une affinité dont on précisera les éléments caractéristiques.

Partie B

9) Soit la fonction v définie par $v(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$

a) Etudie les variations de v

b) Déduis-en le signe de v suivant les valeurs de x

10) a) Etudie les variations de u

b) Démontre que la courbe (C) de u admet une seule asymptote (D) puis étudie la position de (C) par rapport à (D).

a) Trace (D) et (C) avec soin.

11) On appelle (C') la transformée de (C) par f_{-2}

a) Représente (C') dans le même repère que (C)

b) Détermine l'équation de (C') puis déduis-en la fonction h ayant pour représentation (C')

c) Calcule les aires des domaines (D_1) et (D_2)

EPREUVE 58 Tle AB

Contexte : Une sortie pédagogique.

Pendant les congés de Pâque dernier, les élèves des terminales A et B d'un complexe scolaire ont effectué une sortie sur le Centre Songhaï de Porto-Novo. Dans le centre, une citerne rectangulaire à ciel ouvert servant à l'élevage des poissons est construite. Impressionnée par le centre et le mouvement des poissons, Doriane s'est rapprochée du directeur dudit centre. Ce dernier lui fait comprendre que la citerne a pour longueur $\overline{25a}$ dam et pour largeur 125 dam. De retour, Doriane souhaite rapporter de la visite des noix de coco et des ananas à ses frères. Elle a une somme de 2000F, après un petit calcul, elle se rend compte que si elle achète 10 noix de coco et 10 ananas, il lui manquerait 250F. Par contre avec la même somme de 2.000F, elle pourrait acheter exactement 8 noix de coco et 10 ananas. Océane, une camarade de Doriane souhaite déterminer la valeur du chiffre a et le prix d'une noix de coco et d'un ananas.

Tâche : Tu es invité (e) à te mettre à la place de Océane pour résoudre les problèmes suivants :

Problème 1

1- Ecris en base 2 et en base 8 l'entier naturel 125

2- $\overline{25a}$ est l'écriture décimale de la longueur L de la citerne qui est un entier naturel avec $a > 2$. Détermine a pour que L soit divisible par 2 et par 3.

3- a) En désignant par x le prix d'une noix de coco et par y le prix de l'ananas, traduis le problème de Doriane en un système d'équations.

b) Détermine le prix d'une noix de coco et celui d'un ananas.

Problème 2

La courbe (C) de la fonction f définie par $f(x) = x - 1 + e^{-x}$ est une représentation graphique de la trajectoire décrite par un poisson vu par un appareil électronique

4- a) Détermine le domaine de définition D de la fonction f.

b) Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

5- a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

b) Précise la position relative de$(C)et\ de\ (D)$.

6- a) Justifie que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ puis dresse le tableau de variation de$f$.

b) Construis (C) dans un plan muni d'un repère orthonormé(O, I, J).

EPREUVE 59 Tle C

<u>Contexte :</u> Couturier mathématicien.

Les olympiades de mathématiques sont un concours académique. Il vise à développer le goût des mathématiques chez les élèves. Aux yeux des mathématiciens ce concours est institué pour célébrer les meilleurs élèves du niveau baccalauréat. Les préparatifs, pour l'organisation cette année de ce concours, vont bon train.

L'innovation est que les lauréats auront droit au port de toge lors de la cérémonie de remise des prix .

Koffi, un couturier passionné des mathématiques, est entrain de proposer des modèles de toge avec des motifs à réaliser en fils de luxe, modelés sous forme de lieux géométriques de plan.

Ces motifs proposés seront d'abord réalisés sur une feuille pour que le comité d'organisation puisse apprécier et valider.

L'un des motifsest noté (Γ) : on le réalise à partir du point $F(0\,,\sqrt{3})$ et de la droite (D) d'équation$x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ dans un plan muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$. C'est l'ensemble des points M du plan tels que $MF = \frac{\sqrt{3}}{2}\,d(M, (D))$, $d(M\,,(D))$ étant la distance du point M à la droite (D). A partir de (Γ) , on obtiendra un autre motif noté (Γ') , image de (Γ) par une transformation ψ du plan.

Deux autres motifs seront aussi pris en compte à savoir la conique (Γ_1) d'équation $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ et (Γ_2)image de (Γ_1) par la rotation r de centre O et d'angle orienté $\frac{\pi}{2}$.

Koffi, bien qu'étant un passionné des mathématiques, à besoin de ton appui.

<u>Tâche</u> : Tu es invité à accompagner Koffi en résolvant les trois problèmes suivants.

I

1. a) Précise la nature et les éléments caractéristiques (centre, axe focal, sommets situés sur l'axe focal, foyers, directrices et excentricité) de (Γ_1).

b) Détermine une équation de (Γ_2) puis précise ses éléments caractéristiques.

2. a) Détermine la nature puis une équationde (Γ) relativement au repère$(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$.

   b) Détermine les coordonnées du centre et des sommets de (Γ).

3. Construis (Γ).
4. Justifie que le point $N(0\,;2+\sqrt{3})$ est un point de la courbe (Γ).

La transformationψ du plan est la composée $s\ o\ t$ où s est la symétrie orthogonale d'axe (Δ) d'équation $y=x$ et t est la translation de vecteur $\vec{u}\binom{-2}{-3}$.

5. a) Démontre que ψ est une symétrie glissée dont tu préciseras les éléments caractéristiques.

   b) Détermine l'expression analytique de ψ.

   c) Détermine une équation de (Γ').

II

L'autre motif réalisé est, dans le plan (P) rapporté au repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$, une portion de surface limité par la courbe représentative d'une fonction numérique d'une variable réelle , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et$x=\lambda$ avec λ un nombre réel non nul.

- La fonction numérique est la fonction $f:x\longmapsto e^{-3x}\,\varphi(x)$ où φ est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.
- On considère l'équation différentielle $(E):\ y'-3y=\frac{-3e}{(1+e^{-3x})^2}$.

6. a) Démontre que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis exprime $\varphi'(x)-3\varphi(x)$ en fonction de $f'(x)$, pour tout x élément de $\mathbb{R}$.

   b) Détermine f pour que φ soit solution de l'équation (E) et vérifie $\varphi(0)=\frac{e}{2}$.

Pour la suite, on suppose que $f$est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{\exp(1-3x)}{1+\exp(-3x)}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de $f$dans le plan (P) rapporté au repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$ d'unité graphique $2\,cm$.

7. Etudie les variations de f puis construis la courbe (C).

8. On pose $A_\lambda = \int_0^\lambda f(x)\,dx$.

a) Exprime A_λ en fonction de λ.

b) Déduis-en, en cm^2 l'aire de la portion représentant le motif décrit.

c) Détermine la limite de A_λ lorsque λ tend vers $+\infty$.

9. Soit $B_n = \int_0^1 e^{\frac{x}{n}} f(x)dx$où $n \in \mathbb{N}^*$.

Démontre que pour tout entier n élément de $\mathbb{N}^*$, $A_1 \leq B_n \leq A_1\, e^{\frac{1}{n}}$.

III

Les lauréats sont invités à choisir leur motif après avoir lancé simultanément deux dés cubiques non pipés une fois.

Sur l'un des dés, l'une des faces est numérotée 1 , n faces sont numérotées 2 et les restantes sont numérotées 3.Pour l'autre dé, les faces sont numérotées 1 , 2 , 2 , 3 , 4 et 4.

Le choix du motif est accordé à un lauréat lorsque la somme des chiffres sur les faces supérieures est 6.

On désigne par X la variable aléatoire réelle égale à la somme des chiffres après le lancer.

10. Détermine n pour que la probabilité de l'événement « le motif est accordé au lauréat » soit égale à $\frac{7}{36}$.

11. On donne $n = 2$.

    a) Détermine la loi de probabilité de la variable aléatoire réelle$X$.

    b) Calcule l'espérance mathématique de X.

Les lauréats peuvent lancer plusieurs fois les deux dés de manière indépendante et alors on s'intéresse à la réalisation de l'événement « $X = 3$».

12. On lance quatre fois de suite les deux de manière indépendante.

    a) Calcule la probabilité de l'événement «$(X = 3)$ est réalisé exactement trois fois» .

b) On lance les deux dés m fois de manière indépendante, $m \in \mathbb{N}^*$ et on désigne par $q_m$la probabilité de l'événement « $(X = 3)$ est réalisé m fois » .

Détermine la plus petite valeur de m telle que $q_m \leq 10^{-2}$.

EPREUVE 60 Tle D

<u>Contexte</u> : Réfection d'un musée.

Dans le cadre des travaux deréfection du Musée d'Arts de la ville de Dunia, un bâtiment colonial, la direction de la culture de la municipalité décide de rendre accessible le musée en reprofilant la voie d'accès, depuis l'entrée principale de la ville jusqu'au bâtiment.

La réalisation des travaux est confiée à Dossou, ingénieur en BTP. Pour modifier l'intérieur du bâtiment, le décorateur engagé par Dossou a prévu revoir les dispositions de trois gravures. Ces gravures, dans l'espace muni du repère orthonormé direct $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,,\vec{k})$, sont contenues dans des plans définis par les équations cartésiennes : $(\mathcal{P}) :\ 2x - 3y + z - 1 = 0$, $(\mathcal{Q})$: $3x - 4y + 2z - 1 = 0$ et$(\mathcal{R}) : x - y + z - 1 = 0$.

Sagbo, un élève en classe de terminale scientifique, rendant visite à son oncle chef de la direction culturelle, a pris connaissance des modifications effectuées par Dossou. Des explications reçues de l'ingénieur, Sagbo décide de connaître les principes mathématiques qui sous-tendent la réalisation des travaux.

<u>Tâche</u> : Tu es invité(e) à aider Sagbo en résolvant les trois problèmes ci-dessous

<u>Problème 1</u>

1- a) Démontre que les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$ sont sécants.

b) Ecris une représentation paramétrique de la droite d'intersection (Δ)des plans $(\mathcal{P})$et $(\mathcal{Q})$.

2- a) Démontre que la droite (Δ) et le plan $(\mathcal{R})$ sont strictement parallèles.

b) Démontre que le point $A(-1;-1;0)$ appartient à (Δ).

c) Détermine le projeté orthogonal H du point A sur le plan $(\mathcal{R})$puis déduis-en la distance AH.

<u>Problème 2</u>

Dans le musée se trouvent trois dés tétraédriques identiques parfaitement équilibrés.Chacun d'eux a uneface peinte en bleu, une face peinte en jaune et deux faces peintes en rouge. On lance les trois tétraèdres simultanément (on remarquera que, lorsqu'on lance un tel tétraèdre, uneseule face est cachée et trois faces sont visibles).

Calcule la probabilité des événements suivants :

E_1 : « au moins trois faces rouges soient visibles sur les trois tétraèdres»

E_2 : «la couleur bleue ne soit visible sur aucun tétraèdre».

E_3 : « les six faces rouges sont visibles »

3- On répète n fois l'expérience qui consiste à lancer les trois tétraèdres. On désigne par p_n la probabilité pour que l'évènement E_3 soit réalisé aumoins une fois.

a) Justifie que $p_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{3n}$.

b) Détermine la plus petite valeur de n pour que $p_n \leq 0{,}001$.

<u>Problème 3</u>

Dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$, la voie est assimilable à une portion de courbe représentative de la fonction numérique solution de l'équation différentielle

(E): $y' - y = 2 - 2x$et vérifie $f(0) = 1$.

Partie A

4- Détermine les nombres réels a et b pour que $u(x) = ax + b$ soit une solution de (E).

5- Soit k une fonction au moins une fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) Démontre que k est solution de (E) si et seulement si $k - u$ est solution

de (E') : $y' - y = 0$.

b) Résous (E').

c) Déduis-en les solutions de (E).

d) Prouve que $f(x) = 2x + e^{x}$

Partie B

6- a) Etudie les variations de f.

b) Démontre que f est bijective.

7- a) Etudie les branches infinies de $(\mathcal{C})$.

b) Construis la courbe $(\mathcal{C})$puis celle $(\mathcal{C}')$de h, bijection réciproque de f.

8- Justifie que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution $x_0$vérifiant $-1 < x_0 < 0$.

9- a) Justifie que $h(x_0) = x_0$.

b) Démontre que : $\forall\, x \in]-\infty\,; x_0], h(x) \in]-\infty; x_0]$.

10- a) Démontre que pour tout nombre réel x appatenantà$]-\infty; x_0]$, on a,$0 \leq h'(x) \leq \frac{1}{2}$.

b) Démontre que pour tout élément $x$de $]-\infty\,; x_0]$, on a :

$|h(x) - x_0| \leq \frac{1}{2}|x - x_0|$.